

# **CONDICIONES PARA UNA EQUIDAD INTERGENERACIONAL SUSTENTABLE EN LOS SISTEMAS DE REPARTO**

**Un modelo aplicable a regímenes de  
prestaciones revalorizables de acuerdo  
con la variación de los salarios**

**Cr. Luis Camacho**



# CONDICIONES PARA UNA EQUIDAD INTERGENERACIONAL SUSTENTABLE EN LOS SISTEMAS DE REPARTO

## Un modelo aplicable a regímenes de prestaciones revalorizables de acuerdo con la variación de los salarios

**Cr. Luis Camacho**  
**Asesoría General en Seguridad Social**

### 1. Introducción

El análisis de ciertos factores comunes en las ecuaciones de equilibrio financiero individual<sup>1</sup> ha permitido evaluar los niveles de las tasas de interés técnico asociadas a las diversas generaciones integrantes de un sistema de reparto. A partir de ello, se pretende establecer las condiciones bajo las cuales, a través de las tasas de interés técnico asociadas a cada generación, se pueda verificar la equidad intergeneracional.

En este marco, se analizarán los ajustes que deberían afectar a diversos parámetros del sistema de forma de lograr la equiparar las tasas de interés técnico de las diversas generaciones intervinientes, tanto en regímenes de prestaciones definidas como en los regímenes de contribuciones definidas.

Concomitantemente, es preciso tener presente que tales ajustes deben operar en generaciones que están integradas a un sistema de reparto, por lo que su formulación se debe adecuar al nivel de la tasa de rentabilidad implícita del propio sistema<sup>2</sup>.

La metodología seguida se basa en el análisis de cambios tanto en las ecuaciones de equilibrio global del régimen de reparto como las de equilibrio individual asociadas a las diversas cohortes integrantes de ese régimen, bajo el supuesto específico de que las prestaciones están indexadas de acuerdo a la variación general del índice que refleja la variación promedio de los salarios. Las ecuaciones originales y los conceptos que las componen están planteadas en los documentos referidos, por lo que no serán explicitadas en esta oportunidad.

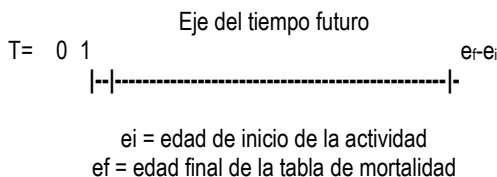
---

<sup>1</sup> Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.7 (abril-junio 2005)

<sup>2</sup> Luis Camacho. "Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de una sistema de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No.10.

## 2. Ecuación de Equilibrio Global de un Sistema de Reparto

El equilibrio financiero del sistema de reparto, por definición se cumple mediante la igualdad entre los ingresos por contribuciones y los egresos por prestaciones anuales. En este análisis están implícitas las formulaciones específicas que permiten estimar el número de cotizantes y jubilados así como el nivel de las cotizaciones y de las jubilaciones para el año considerado<sup>3</sup>.



Al igual que para los análisis referidos, el año futuro en el que evaluaremos el equilibrio financiero del sistema de reparto, será el que tiene comienzo en el último instante que figura en el eje del tiempo ( $T=ef-ei$ ) puesto que tiene la particularidad que la generación que comienza su actividad en  $T=0$  será allí la de edad mayor.

Como el equilibrio financiero se analiza para el año que comienza, en  $T= "ef-ei"$ , corresponde plantear la igualdad entre cotizaciones y prestaciones de ese período de tiempo.

### Planteo de la ecuación a partir de las relaciones demográfica y económica del sistema

En la ecuación de equilibrio financiero anual del sistema de reparto se presentan dos relaciones básicas:

- Por un lado la relación demográfica (RD) de la ecuación que compara el número de cotizantes con el de jubilados:

$$RD = \frac{\text{Cotizantes}}{\text{Jubilados}}$$

Expresa el número de jubilados en relación al número de cotizantes del sistema para el año considerado.

Lo interesante del planteo de los análisis referidos precedentemente es la desagregación que se efectúa de la relación demográfica. En ellos se ha demostrado que se cumple:

$$RD = RD(D) * (1 + iR) PR$$

<sup>3</sup> Luis Camacho. "Utilización de la Ecuación de Equilibrio Financiero en el Análisis de Cambios Paramétricos de un Régimen de Reparto" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 27 (abril-junio 2010)

Dónde:

- $RD^{(D)}$  = relación entre el tiempo medio de cotización  $TMC^{(D)}$  y el de jubilación  $TMJ^{(D)}$ . En el siguiente punto se desarrollarán los conceptos asociados a esta relación.
- $i_R$  = igual a la tasa de crecimiento promedio de las altas de cotizantes en el período de recuperación " $PR(T)$ ".
- $PR(T) = T2 - T1$ , con  $T2$  y  $T1$  son dos instantes en el eje del tiempo que dependen de las edades centrales de cotización (**ECC**) y de jubilación (**ECJ**).<sup>4</sup>

- Por otro, la relación económica (RE) que está representada por el siguiente cociente:

$$RE = \frac{\text{Jubilación Promedio}}{\text{Sueldo Promedio}} = \frac{SMBJ * TR}{SMC} = H * TR$$

Donde en el numerador figuran "SMBJ" que es el sueldo medio básico jubilatorio y "TR" que es la tasa de reemplazo ó de sustitución. Además "H" es el cociente entre el sueldo medio básico jubilatorio y el sueldo promedio de actividad.

Las relaciones indicadas precedentemente son las tradicionales que inciden en un régimen de reparto. El cociente entre ambas relaciones permite obtener la tasa de contribución del sistema (**TCR**).

$$TCR = \frac{RE}{RD} = \frac{\text{Relación Económica}}{\text{Relación Demográfica}} \quad (1)$$

Para que esta igualdad tenga sentido, debemos asumir que el sistema se financia exclusivamente con contribuciones de los afiliados, y que los gastos de administración son irrelevantes. De otra forma en la ecuación de equilibrio deberían necesariamente ser incluidos. No obstante, a los efectos de nuestro análisis general descartamos estas dos variables.

Por lo tanto, la tasa de contribución de equilibrio del sistema de reparto varía en forma directamente proporcional a la de la relación económica e inversamente proporcional a la relación demográfica.

A partir de la desagregación realizada para las relaciones económica y demográfica, la ecuación de equilibrio financiero puede ser planteada como:

$$TCR = \frac{H * TR}{RD^{(D)} * (1 + i_R)^{PR}} \quad (2)$$

La tasa  $i_R$  se define también como la tasa de interés técnico real promedio asociada al sistema de reparto<sup>5</sup>. En puridad es la tasa de crecimiento promedio anual acumulativa del número de altas entre T1 y T2..

<sup>4</sup>  $T2 = ef - ECC$  y  $T1 = ef - ECJ$ . Si bien las formulaciones de ECC y ECJ se muestran en los documentos referidos, podemos decir que presentan cierta similitud con los centros de tiempo de pagos y cobros del cálculo financiero.

En la relación **(2)** TCR es la tasa de contribución aplicable a los salarios de los cotizantes y TR es la tasa de reemplazo o de sustitución aplicable al sueldo básico jubilatorio para obtener la jubilación inicial. Como se supone para el caso que estamos analizando, que las jubilaciones están indexadas de acuerdo a la variación de los salarios, y todas las expresiones de la ecuación están expresados en términos de salarios constantes a la edad de inicio de la actividad, la jubilación promedio es idéntica a la jubilación inicial.

**Definición de los Tiempos Medios de Cotización y de Jubilación para el sistema**

Supongamos que existe una cohorte hipotética, cuya evolución es la siguiente.

$$\{ l_{ei}^{(ef-ei)}; l_{ei+1}^{(ef-ei-1)}; l_{ei+2}^{(ef-ei-2)}; \dots; l_{ei+h}^{(ef-ei-h)}; \dots; l_{ef}^{(ef-ef)} \}$$

Con  $l_{ei}^{(ef-ei)} = l_{ei}$  ya que todas las cohortes consideradas en este análisis se inician con un número igual a “ $l_{ei}$ ”.

En forma genérica, para una edad “j”, el número de supervivientes a esa edad tiene la expresión  $l_j^{(ef-j)}$ , que particularmente son los factores que figuran en las expresiones de cotizaciones y jubilaciones.

Ejemplo:

En el siguiente cuadro, mostramos un ejemplo en el que se pueden visualizar las probabilidades de supervivencia de las diversas cohortes, considerando el caso simple en el que las variables T y J están expresadas en décadas.

CUADRO 1  
PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA POR EDAD

EDAD J	Instante T								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3		<b>0.9910</b>	0.9938	0.9957	0.9970	0.9974	0.9977	<b>0.9981</b>	0.9984
4			<b>0.9804</b>	0.9851	0.9886	0.9903	0.9907	<b>0.9910</b>	0.9914
5				<b>0.9597</b>	0.9678	0.9721	0.9738	<b>0.9741</b>	0.9745
6					<b>0.9177</b>	0.9278	0.9320	<b>0.9336</b>	0.9353
7						<b>0.8254</b>	0.8346	<b>0.8383</b>	0.8420
8							<b>0.6456</b>	<b>0.6528</b>	0.6601
9								<b>0.3210</b>	0.3246

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

Así las probabilidades de supervivencia del primer cohorte se puede visualizar en la diagonal inferior, en las superiores las probabilidades asociadas a cohortes que ingresan a la actividad en instantes posteriores.

<sup>5</sup> “ir” es la tasa de interés técnico real sobre salarios puesto que los valores en el modelo están expresados en término de salarios constantes. Por lo tanto, cuando se computan salarios y jubilaciones en pesos corrientes, la tasa de interés técnico es igual a la acumulación de la tasa de “ir” y la tasa de crecimiento promedio de los salarios per cápita.

Si consideramos el caso en que  $T=ef- e_i$  es igual a  $T=7$ , la penúltima columna representa las probabilidades de supervivencia para los miembros de la cohorte hipotética definida anteriormente.

Volviendo al planteo genérico, podemos definir al tiempo medio de cotización ( $TMC^{(D)}$ ) como la suma de las probabilidades de supervivencia de esa cohorte hipotética para todas las edades de cotización. En ese sentido podemos plantear la siguiente expresión:

$$TMC^{(D)} = \sum_{j=e_i}^{j=e_r-1} (l^{(ef-j)}_j / l_{e_i}) \quad (3)$$

Cada cociente de la sumatoria indica la fracción de año que se espera que el cotizante viva, estimada a partir de la edad de inicio de la actividad. Como tales fracciones se acumulan para todo el período de actividad, el resultado final será igual al tiempo esperado de cotización. El supuesto básico que se encuentra en este planteo es que los fallecimientos se verifican al final de cada año.

Si para el caso planteado en el Cuadro 1, consideramos que la edad de inicio de la actividad es  $j=2$  y la de retiro  $j=7$ , para calcular el tiempo medio de cotización basta con sumar los cinco primeros valores de la penúltima columna. El resultado es  $TMC= 4.9$ , lo que llevado a años indicaría que el tiempo medio de cotización sería para este caso de 49 años.

En el mismo sentido, podemos establecer que la suma de las probabilidades de supervivencia para todas las edades de jubilación puede dar lugar a la siguiente expresión, que denominamos como el **tiempo medio de jubilación ( $TMJ^{(D)}$ )**.

$$TMJ^{(D)} = \sum_{j=er}^{j=er} (l^{(ef-j)}_j / l_{e_i}) \quad (4)$$

En el ejemplo del cuadro, podemos calcular este tiempo medio, sumando los últimos tres valores de la penúltima columna, cuyo resultado sería igual a 1.81, lo que llevado a años implicaría 18.1 años como tiempo medio de jubilación.

Este último resultado debe ser adecuadamente apreciado, puesto que representa el número medio de unidades de tiempo que se espera percibir una jubilación, visualizados desde el instante inicial del período de cotización y no desde el instante en que se inicia el cobro de la jubilación.

### 3. Tasas de rentabilidad asociadas a los miembros de diversas cohortes integrantes del sistema

Consideremos como próxima cohorte, integrada al sistema de reparto, como aquella que inicia su actividad en un instante "T" ( $T \geq 0$ ) genérico en el futuro. Siguiendo un análisis

sobre el equilibrio individual<sup>6</sup> es posible plantear la ecuación a través de la igualdad entre los valores actualizados de las cotizaciones y de las jubilaciones esperadas en relación a un miembro típico de esa cohorte.

Adicionalmente, dado que suponemos que las movilidades salariales y los sueldos básicos jubilatorios son iguales para todas las generaciones, las diferencias vienen dadas por los cambios permanentes que se consideran en las probabilidades de sobrevivencia por efecto de mejoras persistentes de las tasas de mortalidad futuras.

Bajo tal óptica, el equilibrio financiero individual se verifica cuando se cumple la igualdad de los valores actualizados de las cotizaciones y de las jubilaciones de un miembro tipo de la cohorte que inicia su actividad en "T", con tasas de contribución y de reemplazo iguales a las del sistema de reparto.

Esa ecuación básica, puede ser planteada bajo la siguiente forma específica:

$$TCR = \frac{H}{RD(T) * (1+i(T))^{PR(T)}} * TR \quad (5)$$

Donde **RD(T)** es la relación entre los tiempos medios de cotización y de jubilación para los miembros de la cohorte que inicia su actividad en T.

La tasa de interés actuarial **i(T)** asociada a los miembros de la cohorte que inicia su actividad en el instante "T" que permite el equilibrio financiero individual. En otros términos, **i(T)** es la tasa de rentabilidad anual en términos constantes de salarios.

Cuando existen mejoras persistentes en las tasas de mortalidad, el tiempo medio de jubilación crece más que el de cotización por lo cual se cumple la siguiente relación genérica:

$$RD(T) > RD(T+1)$$

Por ello, para que se verifique el equilibrio financiero de la expresión (5), necesariamente se debe cumplir que:

$$i(T) < i(T+1)$$

Por lo tanto, las generaciones futuras tendrían asociadas tasas de rentabilidad crecientes.

Una particularidad que se puede comprobar en el ejemplo anterior, es que la tasa de rentabilidad del sistema de reparto alcanza un nivel intermedio al de las diversas cohortes intervinientes. Las cohortes de afiliados que inician su actividad en los años más tempranos tendrán tasas menores y quienes lo hagan tardíamente sus tasas de rentabilidad serán superiores.

Por lo tanto, podemos concluir que la aplicación de las tasas promedio de contribución y de reemplazo del sistema de reparto traerá como consecuencia redistribuciones de

---

<sup>6</sup> Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)



ingresos entre las diversas generaciones de forma de poder alcanzar el nivel previsto para el sistema en su conjunto.

Estas redistribuciones son inequitativas, puesto que por las mejoras de las tasas de mortalidad no pueden justificar diferencias entre las tasas de rentabilidad asociadas a las diversas cohortes intervinientes en el sistema de reparto.

#### 4. Planteo de la Ecuación de Equilibrio Individual General con Tasas de Interés Actuarial iguales a las del sistema

Como hemos establecido, las redistribuciones intergeneracionales las podemos apreciar a través de la comparación de las tasas de interés actuarial asociadas a cohortes sucesivas de cotizantes.

Por lo tanto, la equidad intergeneracional se presentará siempre que se cumpla la siguiente igualdad:

$$i(T) = i(T+1) \quad \text{para todo } T \text{ posible} \quad (6)$$

Como se verá más adelante, para mantener la igualdad de las tasas de rentabilidad constante para las diversas generaciones, será necesario implantar mecanismos de ajustes automáticos en uno o más parámetros de la ecuación de equilibrio individual.

No obstante, hay que tener presente que las cohortes cuyas tasas de rentabilidad estamos analizando, son integrantes de un sistema de reparto, es en ese contexto que deben ser evaluadas.

En tal sentido, se debe tener en cuenta que las tasas de rentabilidad de los nuevos miembros de un sistema de reparto no pueden superar a las del propio sistema, puesto que de lo contrario, en el largo plazo el régimen podría entrar en insolvencia financiera.

La solución más adecuada para mantener la solvencia financiera es que las tasas de rentabilidad de las nuevas generaciones sea igual a la de reparto, por lo que se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$i_R = i(T) = i(T+1) \quad \text{para todo } T \text{ posible} \quad (7)$$

Por lo tanto, existen dos temas estrechamente vinculados: el de la equidad intergeneracional y el de la solvencia del sistema financiero.

Como los miembros de la cohorte están integrados al régimen de reparto, imponemos la condición de que los mismos deben tener asociadas tasas internas de retorno igual a la tasas de interés técnico real del sistema “ $i_R$ ”. Por lo tanto, teniendo en cuenta (5), la ecuación básica de equilibrio individual, puede ser planteada bajo la siguiente forma específica:

$$TCI(T) = \frac{H}{RD(T) * (1+i_R)^{PR(T)}} * TRI(T) \quad (8)$$

Donde **TCI(T)** y **TRI(T)** son las tasas de contribución y de reemplazo asociadas a la cohorte que inicia su actividad en T, cuyos valores específicos serán calculados más adelante. Las particularidades de las probabilidades de supervivencia se encuentran reflejadas en la relación “**RD(T)**” y en el período de recuperación “**PR(T)**” en menor medida<sup>7</sup>.

La tasa de cotización de equilibrio depende de una relación económica entre el nivel de la jubilación promedio y el sueldo medio de actividad, una relación demográfica entre los años medios de jubilación y años medios de cotización y un factor financiero en el que inciden tanto la tasa de interés real sobre salarios considerada en el análisis así como la diferencia entre los años medios de jubilación y los de cotización, que representa el período en el que se recuperarían en promedio los aportes.

Como resultado de este planteo general, podemos apreciar que existe una ecuación con dos incógnitas, por lo que en ella existen infinitas soluciones posibles.

Para resolver esta situación es que han surgido dos tipos de regímenes;

- El primero denominado de prestación definida, por el cual la variable fijada es la tasa de reemplazo y la variable a hallar es la tasa de contribución. Este es el régimen más común en los sistemas de reparto.
- El segundo denominado de contribución definida, se fija a priori la tasa de contribución, pasando a ser la tasa de reemplazo la variable de ajuste del sistema.

A continuación analizaremos con más detalle las características de estos sistemas.

## 5. Ajustes en la Tasa de Contribución necesarios en regímenes de Prestación Definida

La magnitud de las prestaciones que un plan de este tipo se compromete a hacer efectivas viene determinada por lo general a partir de una fórmula, denominada estructural, que consiste en otorgar un prestación equivalente a un porcentaje concreto (TR) de las retribuciones de un período prefijado (SMBJ).

Como se ha dicho, en los sistemas de prestaciones definidas, en realidad lo que se fija a priori es la tasa de reemplazo y no el nivel de prestación inicial, ya que ello no es posible conocerlo de antemano en la práctica porque depende del nivel del Sueldo Base utilizado para el cálculo de la jubilación que no se conoce hasta el momento de acceder a la prestación.

En este caso la ecuación de equilibrio se plantea a partir de **(8)** de la siguiente forma:

$$TCI(T) = \frac{H}{RD(T) * (1+i_R)^{PR(T)}} * TR \quad (9)$$

<sup>7</sup> A partir de simulaciones realizadas para un horizonte de 80 años del régimen uruguayo, tanto para el caso de las mujeres como de los hombres, se ha demostrado que el crecimiento en la relación demográfica RD lleva a un aumento de todo el denominador de la expresión (3). Esta propiedad es válida para tasas de interés reales inferiores al 15% anual. Téngase presente que en el caso uruguayo la tasa “i<sub>R</sub>” no llega al 0,4% real anual.

Donde, TR es la tasa de reemplazo vigente en el sistema de reparto global que queda definida para todas las cohortes futuras hasta tanto no exista una reforma paramétrica en que se cambie su nivel.

Con tasas de mortalidad dinámicas ante mejoras persistentes en las tasas de mortalidad se verifica que

$$RD(T) \geq RD(T+1)$$

a consecuencia de que el tiempo medio de jubilación crece más que el tiempo medio de cotización para cohortes que entran más tarde al sistema.

Apreciando la ecuación (9), esta propiedad lleva a que se cumpla para los casos más típicos la siguiente relación:

$$TCI(T) \leq CCI(T+1)$$

Por lo tanto, para que las diversas cohortes tengan asociadas tasas internas de retorno constante e igual a las del sistema de reparto, necesariamente las tasas de contribución de cohortes sucesivas deben ser crecientes.

Si se aplican estas tasas de equilibrio variables a cada cohorte integrante del sistema de reparto, la tasa de contribución global (TCR) sería igual a la tasa promedio de esas cohortes.

Además la tasa de interés técnico del sistema de reparto, se mantiene invariable a consecuencia de que ésta es la tasa interna de retorno (TIR) de todas las generaciones intervinientes.<sup>8</sup>

Una observación importante es que el crecimiento persistente de las tasas de contribuciones, no puede ser mantenido en forma indefinida puesto que puede existir un nivel máximo (TCIM) posible para la tasa de contribución. A partir de este nivel será necesario realizar ajustes paramétricos en la tasa de reemplazo, para lo cual se debería utilizar la siguiente expresión en la que de la relación (9) se despeja TR(T):

$$TR(T) = \frac{TCIM * RD(T) * (1+i_R)^{PR(T)}}{H} \quad (10)$$

Como se puede apreciar, para que posteriormente se siga verificando la equidad intergeneracional y la sostenibilidad financiera del sistema, es necesario arbitrar mecanismos de ajustes automáticos en las tasas de reemplazo.

Se destaca que cambios paramétricos, como los planteados anteriormente son difíciles de llevar a la práctica en los sistemas públicos, ya que tanto las edades mínimas de retiro como las tasas de reemplazo son fijadas legalmente. Su modificación es compleja e implica, de alguna manera, iniciativas poco populares que pueden generar costos políticos que muchas veces los legisladores no están dispuestos a asumir.

<sup>8</sup> En sentido estricto esta propiedad se cumpliría siempre que la tasa de crecimiento del número de las altas anualmente fuese constante e igual a  $i_R$ . Como en la práctica en el sistema se presentan tasas variables, la propiedad no se verifica exactamente.

Esta rigidez lleva, por lo general, en el caso de los sistemas de reparto, a un aumento sostenido de las contribuciones. En muchos casos, Incluso el Estado debe asumir parte de los costos a través de afectación de impuestos que recaen en toda la sociedad, produciéndose redistribuciones no deseadas de ingresos. Se corre el peligro de que se verifique una pérdida de transparencia del sistema y una disminución de su credibilidad ante los diversos sectores sociales involucrados.

En la práctica, en muchos casos se transforma la naturaleza del sistema, ya que se pasa paulatinamente de un régimen de seguro social a uno de impuestos y transferencias con objetivos sustancialmente diferentes.

## 6. Los ajustes automáticos en los regímenes nocionales de Contribución Definida

Una cuenta nocional es una cuenta virtual donde se recogen las aportaciones individuales de cada cotizante y los rendimientos ficticios que dichas aportaciones generan a lo largo de la vida laboral. Los rendimientos se calculan de acuerdo con un tanto nocional, que puede ser la tasa de crecimiento del PBI, de los salarios medios, de los salarios agregados, de los ingresos por cotizaciones, etc. Cuando el afiliado se jubila, recibe una prestación que se deriva del fondo nocional acumulado, de la mortalidad específica asociada y el tanto nocional utilizado.

El régimen nocional no es más que una forma alternativa de calcular la cuantía de la jubilación inicial. La cuenta es denominada nocional porque sólo existe en un registro contable.

Por ello, podemos afirmar que el equilibrio financiero individual puede ser analizado a partir de un pequeña transformación de la ecuación básica **(8)** con  $TCI(T) = TCR$ . La cual, mediante simples manipulaciones algebraicas puede ser presentada bajo la siguiente expresión:

$$TRI(T) = \frac{TCR * RD(T) * (1+i_R)^{PR(T)}}{H} \quad (11)$$

En este caso, la tasa de contribución está fijada **TCR** porque los miembros de la cohorte se integran al sistema de reparto con tasas de contribuciones fijas e iguales a la del sistema, entonces la variable a calcular para los miembros de cada cohorte es la tasa de reemplazo **TRI(T)**.

Esta formulación se justifica a consecuencia de que si bien la ecuación básica **(3)** expresa en forma genérica, para cualquiera de los dos sistemas, las relaciones entre las tasa de contribución y la tasa de reemplazo en el equilibrio financiero individual, cuando estamos frente a un sistema de aportación definida la variable de ajuste es la tasa de reemplazo. Un análisis complementario puede ser apreciado en los **ANEXOS 1 y 2**.

Es interesante tener en cuenta que la relación **RD(T)** es descendente a consecuencia de las mejoras en las tasas de mortalidad y las tasas de reemplazo asociadas a las diversas cohortes también lo serán. Por lo tanto, las sucesivas generaciones futuras, en el equilibrio financiero individual tendrán asociadas jubilaciones de niveles decrecientes.

$$TRI(T) \geq TRI(T+1)$$

Por la forma en que se calculan las jubilaciones en los regímenes nocionales, este ajuste de las tasas de reemplazo es automático, entonces el equilibrio actuarial se podría mantener para las diversas generaciones futuras.

Seguramente, esta forma de cálculo de las prestaciones constituye su ventaja más significativa, puesto que los ajustes de los sistemas de prestaciones definidas son más complejos de realizar, especialmente, como se ha dicho por los costos políticos que generan cambios legales que restringen los niveles jubilatorios en forma explícita. Por lo tanto, la introducción de las cuentas nocionales facilita políticamente la aplicación de la legislación de la reforma de las jubilaciones.

Por ello, muchos autores sostienen que este tipo de régimen mejora la credibilidad política y financiera al ligar los cálculos de las jubilaciones a señales objetivas de sostenibilidad macroeconómica (como el crecimiento de los salarios, de la productividad, etc). Veremos más adelante que esta afirmación puede ser relativizada, especialmente cuando esas variables macroeconómicas no acompañan a la tasa de interés técnico asociada al sistema de reparto.

Como se ha dicho, en estos regímenes es más sencillo el ajuste a la baja de las tasas de reemplazo, pero en los hechos existe un límite mínimo aceptable (**TRIm**). Cuando la sociedad entienda que no es posible seguir disminuyendo los niveles jubilatorios, será necesario proceder a una reforma paramétrica adicional en la que necesariamente se debería aumentar la tasa de contribución.

La formulación que permite realizar, en este caso, el ajuste posterior de la tasa de contribución sería la siguiente:

$$TCI(T) = \frac{H}{RD(T) * (1+i_r)^{PR(T)}} * TRIm \quad (12)$$

Por lo tanto, en el largo plazo, es posible que los sistemas nocionales tengan asociadas tasas de reemplazo de un nivel mínimo aceptable, en cuyo caso, de mantenerse invariable la edad jubilatoria, necesariamente se deberían arbitrar mecanismos de ajustes automáticos en las tasas de cotizaciones.

## 7. Un cambio paramétrico común a ambos regímenes

Una posibilidad válida de reforma sustancial se puede dar cuando se proyecta un aumento de la edad de retiro. Este tipo de cambio puede ser utilizado en ambos regímenes, puesto que permite atenuar los ajustes restrictivos ya sea en la tasa de contribución como en la tasa de reemplazo para generaciones futuras.

Si ese aumento se verifica, podemos asociar a miembros de cohortes afectadas la siguiente ecuación de equilibrio individual.

$$TCI(T) = \frac{H}{RDA(T) * (1+i_r)^{PR(T)}} * TRI(T) \quad (13)$$

Donde **RDA(T)** es igual al cociente entre el nuevo tiempo medio de cotización y el nuevo tiempo medio de jubilación, calculado a partir del aumento en la edad de retiro. A

consecuencia del aumento del tiempo medio de cotización y la disminución del tiempo medio de jubilación, se cumple que:

$$RDA(T) > RD(T)$$

Por lo que dada una tasa de contribución individual, la tasa de reemplazo correspondiente en el equilibrio, será necesariamente mayor que para el caso sin reforma. Por el contrario, si consideramos una tasa de reemplazo dada la tasa de contribución será menor.

Vemos entonces, que con el aumento de la edad de retiro, limitamos los cambios restrictivos de las variables más significativas de la ecuación de equilibrio individual.

Se puede apreciar en (13) que existen infinitas posibilidades en cuanto a las combinaciones de tasas de contribuciones y de reemplazo que cumplen con la ecuación. La determinación de sus niveles dependerá de las circunstancias económicas, políticas y sociales de cada realidad donde se efectúa la reforma.

## 8. Incidencia de la aplicación de una tasa de interés nocial diferente a la tasa de interés técnico del Sistema de Reparto

Interesa analizar el resultado que se generaría al aplicar una tasa de interés nocial diferente a la tasa de interés técnico del sistema de reparto, en la determinación de la tasa de reemplazo de equilibrio en el sistema nocial.

En este caso, si definimos " $i_N(T)$ " como tasa de interés nocial y  $TRIN(T)$  la tasa de reemplazo individual de equilibrio asociada, podemos plantear la siguiente ecuación a partir de la cual podemos hallar la tasa de reemplazo:

$$TRIN(T) = \frac{TCR * RD(T) * (1+i_N(T))^{PR(T)}}{H} \quad (14)$$

Podemos plantear tres posibles situaciones:

- 1) Una consideración de carácter general que podemos realizar respecto a las tasas de interés nocial en la práctica, es que como las mismas dependen por lo general de variables exógenas al sistema y generalmente asociadas a ciertas variables macroeconómicas. Por ello podemos afirmar que por lo común difieren de cada cohorte:

$$i_N(T) > < i_N(T) \quad \text{para todo } T$$

La propiedad anterior, aun cuando no se verifique para todas las cohortes, nos lleva a afirmar que los sistemas nociales que aplican tasas de interés nociales diferentes a las del propio sistema, no permiten alcanzar la equidad intergeneracional.

- 2) Si suponemos el caso en que la tasa  $i_N(T)$  sea mayor que  $i_R$ , entonces, si comparamos la expresión (10) con la (12), podemos apreciar que se cumple la siguiente relación:

$$TRIN(T) > TRI(T)$$

Lo que significa que la tasa de reemplazo utilizada para los miembros de esa cohorte supera la que se podría dar en caso de equilibrio financiero tanto global como individual del sistema de reparto.

En otros términos el nivel de las jubilaciones que se obtienen por la utilización de tasas nocionales mayores, es superior al que se obtendría aplicando en la ecuación la tasa de interés técnico del sistema de reparto.

El otorgamiento de prestaciones más generosas, tendría un efecto negativo en el equilibrio financiero global del sistema de reparto porque no se cumpliría la relación **(1)**, puesto que los egresos superarían a los ingresos obtenidos a una tasa de contribución igual a TCR. Como en los sistemas de indexación obligatoria por salarios de las pasividades, no es posible afectarlas por otro coeficiente de ajuste, necesariamente se deberían obtener recursos adicionales aumentando los aportes de los actuales afiliados activos quienes por esta circunstancia deberían redistribuir sus ingresos en beneficio de las generaciones beneficiarias de las jubilaciones calculadas a partir de la expresión **(14)**,

- 3) Un caso particular se presenta cuando la tasa de interés nocional es igual a la tasa de crecimiento de los salarios per cápita. En este caso, teniendo en cuenta que los valores que figuran en las ecuaciones de equilibrio están expresados en términos de salarios constantes, la tasa real nocional sobre salarios sería igual a 0, por lo que se cumpliría que :

$$i_N(T)=0 \text{ para todo } T$$

Por lo tanto, en este caso se verificaría la equidad intergeneracional ya que la tasa de interés técnico permanecería constante todas las cohortes futuras.

No obstante, cuando  $i_R > 0$ , la tasa de rentabilidad del sistema de reparto es superior ( $i_R > i_N(T)$ ). La aplicación de las fórmulas de ajustes automáticos, implicarían una transformación, en sentido estricto, del régimen de reparto en uno de capitalización parcial a consecuencia de que el sistema entraría en un proceso de acumulación de reservas debido a que las prestaciones a otorgar serían menores que las que el sistema podría asumir.

Lo relatado precedentemente constituye las principales limitaciones de un sistema nocional, particularmente porque las jubilaciones no se calculan utilizando como base la tasa de interés técnico del sistema de reparto.

## 9. Conclusiones

Las redistribuciones intergeneracionales pueden ser apreciadas a través de la comparación de las tasas de interés actuarial asociadas a cohortes sucesivas de cotizantes. Entonces, la equidad intergeneracional se presentará siempre que las tasas asociadas a todas las cohortes sean iguales entre sí.

No obstante, ante las mejoras de las tasas de mortalidad, sólo se podrá verificar la equidad cuando se implanten mecanismos de ajustes automáticos en uno o más parámetros de la ecuación de equilibrio individual.

Adicionalmente, como las cohortes cuyas tasas de rentabilidad estamos analizando, son integrantes de un sistema de reparto, éstas no podrán superar a las del propio sistema, puesto que de lo contrario el régimen podría entrar en insolvencia financiera.

Para analizar las formulaciones asociadas a los ajustes automáticos de los parámetros fue preciso considerarlos según que el régimen sea de prestaciones definidas ó de contribuciones definidas. Las diferencias entre ambos regímenes se visualizan sólo cuando existen mejoras persistentes en las tasas de mortalidad, ya que el ajuste automático se centrará en un caso en las tasas de contribuciones y en el otro en las de reemplazo.

Una particularidad importante detectada es que los cambios de la relación entre el tiempo de cotización y el de jubilación tienen especial significación en los ajustes automáticos, puesto que esta relación tiende a decrecer a consecuencia de que será mayor el crecimiento de los tiempos de jubilación.

Entonces para los sistemas de prestaciones definidas, para las nuevas generaciones las tasas de cotización deberían crecer en forma sostenida. Este crecimiento será directamente proporcional al mayor aumento relativo de los tiempos de jubilación respecto que el de los tiempos de cotización<sup>9</sup>.

Para los sistemas de cotizaciones definidas la propiedad que se cumple es que las tasas de reemplazo deban disminuir en forma inversamente proporcional a tal crecimiento.

No obstante, los ajustes en ambos regímenes son acotados, puesto que se puede llegar a un momento en el que no sea social o económicamente aceptable que el crecimiento de las tasas de cotización o la disminución de las tasas de reemplazo excedan de ciertos límites. En tal caso será preciso modificar la forma de operar sobre los cambios paramétricos ya que la variable de ajuste debería ser modificada tanto en el sistema de prestaciones definidas como en el de contribuciones definidas.

Por ello, cuando se encararan ajustes tan restrictivos en los valores de los parámetros, una posibilidad válida de cambio sustancial, es el aumento de la edad de retiro. Este tipo de cambio puede ser utilizado en ambos regímenes, puesto que permite atenuar el nivel de los ajustes que ambos sistemas deben realizar en el largo plazo, ya sea en la tasa de contribución como en la tasa de reemplazo para generaciones futuras.

Se destaca que en los regímenes de prestaciones definidas, por efecto de las mejoras en la esperanza de vida se requerirán ajustes al alza de las tasas de contribuciones, crecimiento que tiene un límite máximo, más allá del cual no es socialmente aceptable. Por ello, en el largo plazo se deberían realizar cambios paramétricos adicionales que afecten a la baja el nivel jubilatorio inicial que por lo general implican decisiones impopulares que pueden generar costos políticos difíciles de asumir. Esta rigidez lleva, en muchos casos, a aumentos sostenidos de las contribuciones patronales y/o personales, e incluso el Estado debe asumir parte de los costos a través de impuestos que recaen en toda la sociedad. Se corre el peligro de que se verifique una pérdida de transparencia del sistema y una disminución de su credibilidad ante los diversos sectores sociales involucrados.

---

<sup>9</sup> En sentido estricto en los ajustes de los valores de los parámetros también inciden, en menor medida, los cambios que se pueden operar en los períodos de recuperación **PR(T)**.



No obstante, podemos afirmar que es posible alcanzar un sistema de reparto con un régimen de prestación definida bien diseñado, con ajustes automáticos de sus parámetros, puede ser financieramente equilibrado tanto desde el punto de vista global como individual.

En cuanto a los sistemas nocionales, se sostiene que este tipo de régimen mejora la credibilidad política ya que la cuantía de la jubilación queda definida desde el momento en que se calcula, sin posibilidad de que los políticos influyan sustancialmente en su evolución. No obstante, una de las críticas que se le puede hacer al régimen nocional es que la utilización de tasas de interés nocionales diferentes a la del sistema de reparto no garantiza la equidad intergeneracional.

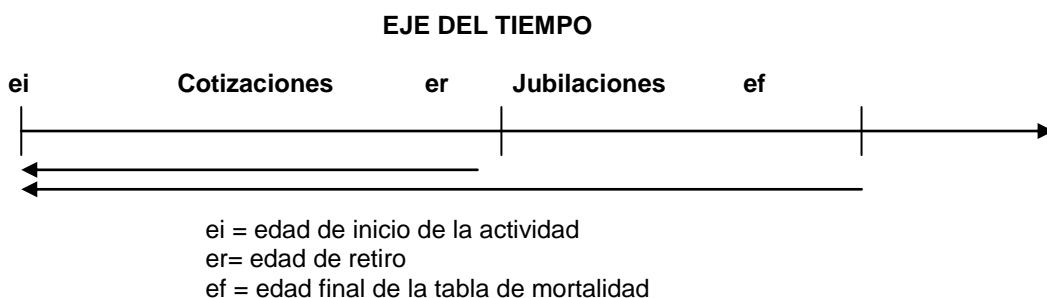
Además para estos sistemas, es posible se genere una insostenibilidad financiera global a largo plazo a consecuencia de la utilización de tasas de interés nocionales superiores a las del propio sistema de reparto. Los ajustes que se deberían realizar, cuando las prestaciones se indexan con la evolución de los salarios, operarían sobre las tasas de cotización o en las transferencias del Estado, lo que llevaría a redistribuciones de ingresos no deseadas de las nuevas generaciones hacia los beneficiarios de prestaciones no financiadas.

Como comentario final podemos establecer que aunque muchos autores establecen diversas ventajas adicionales del régimen nocional, estas sólo serían aprovechables si las tasas de interés técnico asociados al sistema de reparto y las asociadas a los miembros de cada cohorte integrante del sistema sean similares.

## ANEXO 1

## VALORES DE COTIZACIONES Y JUBILACIONES ACTUALIZADAS A LA EDAD DE INICIO DE LA ACTIVIDAD DE UN RÉGIMEN NOCIONAL A UNA TASA DE INTERES TÉCNICO DE “ $i_R$ ”

En el siguiente eje del tiempo se esquematiza el instante del tiempo en el que se valoran tanto las contribuciones como las jubilaciones acumuladas de un afiliado tipo.



A continuación plantearemos, a partir de las formulaciones realizadas en un análisis anterior<sup>10</sup>, las expresiones para los valores de las cotizaciones y jubilaciones a la edad de inicio de la actividad.

### Valor Actualizado de las Cotizaciones

Se ha demostrado que el valor actualizado de las cotizaciones totales a la edad de inicio de la actividad, como:

$$VAC_{e_i} = TMC(T)_{e_i} * SMC_{e_i} * TCR * (1+i_R)^{(e_i-ECC)}$$

El subíndice que le incorporamos a la expresión, indica que tanto el tiempo medio de cotización como el sueldo medio de cotización se expresan a partir de valores del año de inicio de actividad.

Como síntesis podemos establecer que los aportes totales pueden ser calculados aplicando la tasa de contribuciones (**TCR**), a la masa salarial total de cotizantes, que a su vez puede ser estimada multiplicando el sueldo promedio de cotización (**SMC**) por la cantidad de unidades de tiempo de cotización esperada (**TMC**). Su valoración a la edad de inicio de la cotización se realiza aplicando la edad central de cotización (**ECC**).

<sup>10</sup> Luis Camacho. “Análisis del equilibrio financiero individual de un sistema de prestación definida computando mejoras futuras en las tasas de mortalidad” Banco de Previsión Social.. Comentarios de Seguridad Social No. 26 (enero-abril 2010)

**Valor Actualizado de las Jubilaciones**

En base a las definiciones y análisis precedentes, podemos expresar el valor actualizado de las jubilaciones a la edad de inicio de la actividad, como:

$$VA_{Jei} = TMJ(T)_{ei} * SMB_{Jei} * TRI(T) * (1+i_R)^{(ei-ECJ)}$$

Interesa destacar que el tiempo medio de jubilación está calculado a partir de la edad de inicio de la actividad y no desde la edad de retiro.

Por lo tanto el valor actualizado de las prestaciones jubilatorias es igual a la actualización desde la edad central de jubilación del producto del Tiempo Medio de Jubilación (TMJ) por el Sueldo medio básico jubilación (SMBJ) y la tasa de reemplazo (TRI).

**Ecuación de equilibrio:**

La ecuación que permite hallar, para el caso contribuciones definidas, se obtiene a partir de la igualdad de las dos expresiones anteriores, despejando de ella **TRI(T)**

$$TRI(T) = \frac{TMC(T)_{ei} * SMCEi * (1+i_R)^{(ei-ECC)} * TCR}{TM(T)_{Jei} * SMB_{Jei} * (1+i_R)^{(ei-ECJ)}}$$

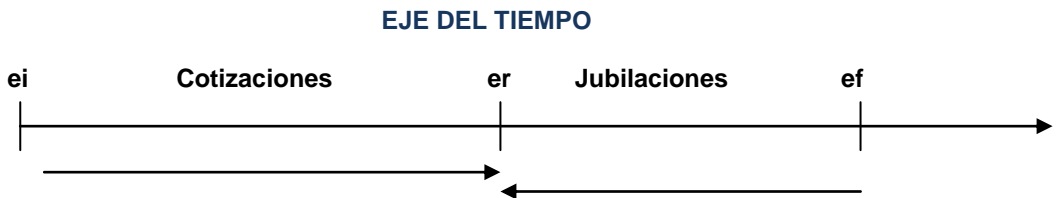
Como **RD(T) = TMC(T)<sub>ei</sub>/TMJ(T)<sub>ei</sub>** ; **H = SMB<sub>Jei</sub> / SMCEi** y **PR(T) = ECJ-ECC**, la expresión anterior es idéntica a la planteada en el cuerpo de este análisis en **(11)**

## ANEXO 2

### VALORES DE COTIZACIONES Y JUBILACIONES A LA EDAD DE INICIO DE LA EDAD DE RETIRO DEL REGIMEN CON UNA TASA NOCIONAL DEL $i_R$

Como se ha establecido, en este sistema se lleva una cuenta virtual donde se recogen las aportaciones individuales de cada cotizante y los rendimientos ficticios que dichas aportaciones generan a lo largo de la vida laboral. Cuando el afiliado se jubila, recibe una prestación que se deriva del fondo nocional acumulado, de la mortalidad específica asociada y el tanto nocional utilizado.

Por lo tanto, para una más adecuada visualización de su operativa, resulta conveniente realizar los cálculos financieros, no a la edad de inicio de la actividad, sino a la edad en que inicia el goce de la jubilación. En consecuencia se deben expresar todas las cotizaciones como el costo de las jubilaciones a esa edad, tal cual se esquematiza el siguiente eje del tiempo.



Si partimos de las expresiones del Anexo 1, será necesaria aplicar tres factores:

1) En primer término el financiero, ya que los flujos de fondos deben ser descontados a la tasa de interés técnico de  $i_r$ , aplicando el siguiente factor:

$$\text{Financiero: } (1+i_R)^{er - ei}$$

2) En segundo lugar, se debe tener en cuenta que para valorar en  $er$ , es preciso que la persona llegue con vida a esa edad, partiendo de la edad cierta de inicio de la actividad  $ei$ . Este factor es:

$$\text{Sobrevivencia: } lei / ler$$

3) En tercer término los valores monetarios deben estar expresados en términos de los salarios vigentes a la edad de retiro, por lo tanto debemos actualizar tanto los salarios como las jubilaciones a ese instante mediante este factor:

$$\text{Salarios: } (1+s)^{er - ei}$$

Aplicando estos factores a los valores de las cotizaciones y jubilaciones del anexo 1, estamos en condiciones de calcular el capital esperado a la edad de retiro y el costo de las jubilaciones.

Una aclaración importante que se corresponde realizar es que estos son valores esperados puesto que son visualizados a partir de la edad de inicio de la actividad que es la única edad en la que se tiene certeza que el afiliado llega con vida.

**Capital esperado a la edad de retiro:** Aplicando a **VACei** del anexo 1 los tres factores, podemos calcular el valor estimado a la edad de retiro del “capital” ficticio acumulado.

$$\begin{aligned} \text{VACer} &= \text{VACei} * (1+i_R)^{er-ei} * lei / ler * (1+s)^{er-ei} \\ &= \text{TMC(T)ei} * (lei/ler) * \text{SMCer} * \text{TCR} * (1+i_R)^{er-EC} \end{aligned}$$

Si comparamos los diversos factores con los de **VACei**, vemos que en todos los casos son superiores, inclusive el primero puesto que en este caso está multiplicado por el cociente  $lei/ler$  que es mayor a la unidad. El segundo es el sueldo medio calculado a la edad de retiro que al suponer crecimiento de salarios será mayor al de la edad de ingreso a la actividad. Por último, el exponente del factor financiero también es mayor en un guarismo similar a la diferencia de edades entre el retiro y el inicio de la actividad.

**Costo esperado de la jubilación a la edad de retiro:**

Aplicamos en este caso a **VAJei** del anexo 1 los tres factores, para calcular el costo a la de retiro de la renta vitalicia jubilatoria.

$$\begin{aligned} \text{VAJer} &= \text{VAJei} * (1+i_R)^{er-ei} * lei / ler * (1+s)^{er-ei} \\ &= \text{TMJ(T)er} * \text{SMBJer} * \text{TRI(T)} * (1+i_R)^{er-ECJ} \end{aligned}$$

Como en el caso anterior factores de esta expresión todos los casos son superiores, con la particularidad de que ahora tenemos en el primer factor el tiempo medio de jubilación visualizado a partir de la edad de retiro.

**Nivel de la jubilación inicial**

Para hallar el nivel de la jubilación inicial (**SMBJer \* TRI(T)**), debemos despejarla de la ecuación en que se equilibran el capital acumulado y el costo esperado de la renta vitalicia.

$$\text{SMBJer} * \text{TRI(T)} = K * \text{VACer}$$

Donde **K** es el factor que multiplica al capital nominal acumulado para fijar el nivel jubilatorio inicial.

Con:

$$K = \frac{1}{\text{TMJ(T)er} * (1+i_R)^{er-ECJ}}$$

Que es igual al inverso del producto entre el tiempo medio de jubilación<sup>11</sup> y el factor de actualización resultante de aplicar la tasa de interés técnico en el período comprendido entre la edad central de jubilación y la edad de retiro.

<sup>11</sup> El tiempo medio de jubilación está calculado bajo el supuesto de que las muertes se verifican al final de cada año.

El resultado anterior es interesante a los efectos de la consideración de las variables básicas asociadas al sistema nocional.

No obstante, si se desea conocer el nivel de la tasa de reemplazo de equilibrio, la expresión **(11)** planteada en el documento permite también llegar a ella en forma directa.

## BIBLIOGRAFIA

- Barr, N. Reforming Pensions: mith, Truhs, and Policy Choices, Working Paper 00/139. International Monetary Fund. (2000).
- Palmer, E. Financial stability and individual benefits in the sWedish pension reform model. Asociación Internacional de la Seguridad Social. Seminario de Actuarios y Estadísticos. Montevideo, 21-22 noviembre 2001.
- Bokans, J. Key Developments in the Private Pnesions Sistema in Latvia 200-2001 and future prospects. Second OECD Forum on Private Pnesions. Sofia, Bulgaria.
- Chlon, A. Pension Reform and Public Information in Poland. Social Protection Discussion Paper. The World Bank (2000).
- Giovanuzzi. S. y C. Ferrara. La reforma del sistema de pensiones de Italia: El sistema contributivo. Asociación Internacional de la Seguridad Social. Seminario de Actuarios y Estadísticos. Montevideo, 21-22 noviembre 2001.
- Camacho, L. "Cambios en las tasas de equilibrio de los sistemas de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.4. Julio-Setiembre 2004.
- Camacho, L. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 . Abril-Junio 2005.
- Camacho, L: "Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10. Enero-Marzo 2006
- Camacho, L."La incidencia de la fórmula de cálculo del Sueldo Medio Básico Jubilatorio en el equilibrio financiero individual". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 11 Abril-Junio 2006.
- Camacho, L. "Utilización de la Ecuación de Equilibrio Financiero en el Análisis de Cambios Paramétricos de un Régimen de Reparto" Asociación Internacional de la Seguridad Social. Seminario de Actuarios y Estadísticos. Montevideo, 27-28 abril 2010.
- Camacho, L. "Análisis del equilibrio financiero individual de un sistema de prestación definida computando mejoras futuras en las tasas de mortalidad" Banco de Previsión Social.. Comentarios de Seguridad Social No. 26 (enero-abril 2010)





