ANALISIS DE LA TASA DE RENTABILIDAD IMPLICITA EN EL EQUILIBRIO FINANCIERO DE UN SISTEMA DE REPARTO

Cr. Luis Camacho

ANALISIS DE LA TASA DE RENTABILIDAD IMPLICITA EN EL EQUILIBRIO FINANCIERO DE UN SISTEMA DE REPARTO

Introducción

El presente análisis tiene como objetivo plantear las formulaciones básicas que permitan estimar una tasa de rentabilidad asociada a un sistema de prestaciones jubilatorias financiado bajo el régimen de reparto de gastos. Si bien ya existen estimaciones de este tipo, las mismas están referidas a situaciones muy particulares como por ejemplo para cuando las variables físicas y financieras varían de un año a otro, en términos relativos de forma relativamente estacionarios[1]. En otro caso se analizan sistemas financieramente estables a través de la existencia de fondos de amortiguación que permiten tal equilibrio[2]

Tales supuestos básicos son levantados en el siguiente análisis, por lo que los resultados tendrán mayor grado de generalidad. Se plantean una serie de formulaciones específicas que muestran la evolución de las diversas variables físicas y monetarias de un sistema de reparto con prestaciones jubilatorias por vejez. La consolidación de tales resultados en una ecuación de equilibrio financiero específica permite identificar la tasa de rentabilidad asociada al sistema.

Evolución de las variables físicas

1. Altas de Cotizantes

Consideremos una situación en la que relacionamos al número de altas de cotizantes de un año respecto al año anterior de la siguiente forma:

$$\mathbf{A_{ek} = A_{ek+1} * (1+ c(e_k,e_{k+1}))} \quad \text{para todo} \quad \mathbf{e_i <= e_k}$$

donde $\mathbf{A_{ek}}$ y $\mathbf{A_{ek+1}}$ son las altas de cotizantes asociadas a los actuales afiliados de edad e_k y e_{k+1} respectivamente y $\mathbf{c(e_k,e_{k+1})}$ es la tasa de crecimiento de las altas entre los años consecutivos asociados a las edades "$\mathbf{e_k}$" y "$\mathbf{e_{k+1}}$".

Como las altas de cotizantes se dan en todos los casos a la edad de inicio de la actividad, ($\mathbf{e_i}$), $\mathbf{A_{ek}}$ indica el número de altas de cotizantes de hace "**ek-ei**" años y $\mathbf{A_{ek+1}}$ a las de hace "**ek +1-ei**" años.

Podemos también relacionar las altas entre dos años cualesquiera, a través de la siguiente expresión:

$$\mathbf{A_{ek}=A_{ef}*(1+c(e_k,e_f))} \qquad \mathbf{[1]}$$

[1] Luis Camacho. "La tasa de interés implícita en un sistema de reparto con estados relativamente estacionarios " Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.3.
[2] Ole Settergren y Boguslaw Mikula. "La tasa de rentabilidad de los sistemas de pensiones basados en el reparto". AISS. Seminario de Actuarios y Estadísticos. Montevideo Noviembre de 2001.

donde $\mathbf{A_{ef}}$ es el número de altas de cotizantes asociadas a los actuales jubilados de edad "$\mathbf{e_f}$", y $\mathbf{c(e_k,e_f)}$ es la tasa de crecimiento de número de altas entre ambas edades.

Esta última tasa puede ser visualizada como la de crecimiento acumulativo de las altas de cotizantes desde las asociadas a quienes actualmente tienen edad "$\mathbf{e_k}$", hasta las asociadas a los que actualmente tienen edad "$\mathbf{e_f}$". Ese crecimiento acumulado lo podemos plantear de la siguiente forma.

$$1+\ c(e_k,e_f) = \prod_{z=k}^{z=f-1} (1 + c(ez,e_{z+1}))$$

Además, en caso de que la tasa de crecimiento del número de altas entre años sucesivos sea constante e igual a "c", se cumple la siguiente relación:

$$\mathbf{1+c(e_k,e_f)=(1+ c)^{(ef-ek)}} \qquad \mathbf{[2]}$$

A través de un ejemplo podremos visualizar lo expuesto más claramente. Supongamos, a los efectos de simplificar, que las edades posibles: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90, donde la edad de altas de cotizantes es 20 (e_i), la edad final es 90 (e_f) y la edad de retiro es 70 (e_r).

Suponemos que las tasas de crecimiento decenal de los períodos sucesivos han sido desde las últimas altas hasta las más lejana, iguales a: 13%, 12%, 14%, 12%, 10%, 8%, y 5% respectivamente. Significa que el número de altas (a los veinte años) de los actuales cotizantes de 80 años fue un 5% superior al número de altas asociado a los que actualmente tienen 90 años, y el asociado a los que actualmente tienen 70 años respecto a los de 80 años creció un 8%. Por lo tanto, las tasas de crecimiento acumulado desde las altas correspondientes a los que actualmente tienen 90 años de edad será igual al que figura en la columna 3 del siguiente cuadro:

Cuadro 1.

<u>Tasas de Crecimiento Acumulado de las altas</u>

Edad actual j	1+ c(j,j+1)	1+ c(j,90)
20	1.13	2.01570
30	1.12	1.78380
40	1.14	1.59268
50	1.12	1.39709
60	1.10	1.24740
70	1.08	1.13400
80	1.05	1.05000

Supongamos que el número de altas ocurridas al momento en que los actuales jubilados de 90 años tenían 20 fue de 1.000.000 personas. Con esta información y la del cuadro anterior podemos estimar el número de altas asociadas a cada una de las edades actuales puesto que basta con multiplicar a 1.000.000 por cada uno de los coeficientes de la tercer columna. El resultado de esta operación lo mostramos a continuación:

Cuadro 2.

Edad actual	Altas de Cotizantes
20	2.015.700
30	1.783.800
40	1.592.680
50	1.397.090
60	1.247.400
70	1.134.000
80	1.050.000
90	1.000.000

Como se verá, esta información es básica para el planteo de los cotizantes y jubilados efectivos, que se realizará seguidamente.

2. Evolución del número de cotizantes y jubilados por edad

El análisis anterior permite obtener el número de altas por año. Sin embargo, para estimar el número de cotizantes y jubilados actuales por edad, es necesario realizar una operación adicional. Para ello, es necesario disponer de información sobre las probabilidades de sobrevivencia de los diversos niveles etarios partiendo de la edad de inicio de actividad ($\mathbf{e_i}$). La formulación genérica para esta probabilidad de supervivencia la podemos plantear como sigue:

$$\text{Probabilidad Sobrevivir desde } \mathbf{e_i} \text{ hasta la edad } \mathbf{e_j} = l_{ej} \ / \ l_{ei}$$

Donde $\mathbf{l_{ej}}$ y $\mathbf{l_{ei}}$ son los valores asociados al número de sobrevivientes a los edades **ej** y **ei** de la tabla de mortalidad aplicable que tiene como edad límite a $\mathbf{e_f}$.

El número de sobrevivientes por edad en el momento actual se puede estimar multiplicando la probabilidad de sobrevivencia definida anteriormente por el número de altas asociados a las diferentes edades actuales, tal cual se expresa a continuación:

$$\text{Numero de Sobrevivientes de edad } \mathbf{e_k} = \mathbf{A_{ek} * l_{ek} \ / \ l_{ei}}$$
$$\text{para} \quad \mathbf{e_i <= e_k <= e_f}$$

Para desagregar la expresión anterior en cotizantes y jubilados basta considerar la edad de retiro (**e_r**), ya que a partir de ella se pueden plantear las siguientes expresiones.

$$\textbf{Cotizantes} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, A_j \; * \; l_j / l_{ei} \,] \qquad [3]$$

$$\textbf{Jubilados} = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [A_j * l_j / l_{ei}] \qquad [4]$$

Como ilustración de lo expuesto podemos seguir con el ejemplo, suponiendo que conocemos las probabilidades de supervivencia de acuerdo al siguiente cuadro:

Cuadro 3.

Edad	Prob.Superv
20	1.000
30	0.900
40	0.800
50	0.700
60	0.600
70	0.500
80	0.400
90	0.100

Estas probabilidades permiten estimar el número esperado de cotizantes y jubilados para cada edad conociendo el número de altas en los diferentes años, de acuerdo al siguiente cuadro:

Cuadro 4.

Edad Actual	Altas a los 20 años	probabilidad de supervivencia	Numero Actual	
20	2,015,696	1.000	2,015,696	
30	1,783,802	0.900	1,605,422	Cotizantes
40	1,592,680	0.800	1,274,144	6.621.664
50	1,397,088	0.700	977,962	
60	1,247,400	0.600	748,440	
70	1,134,000	0.500	567,000	Jubilados
80	1,050,000	0.400	420,000	1.087.000
90	1,000,000	0.100	100,000	

El número de cotizantes y jubilados por edad, lo obtenemos multiplicando los números de las columnas 2 y 3, puesto que se asume que del sistema sólo pueden presentarse bajas por fallecimiento. Por lo tanto, el número actual de cotizantes será igual a 6.621.664 y el de jubilados 1.087.000.

Es posible considerar además que otras causas pueden generar salidas del sistema, como por ejemplo la incapacidad sobrevenida en los años activos que impide la cotización al sistema. En este caso, deberá calcularse una probabilidad conjunta de bajas por muerte y por incapacidad.

Evolución de los ingresos por aportes

1. Salarios por edad

Suponemos que el salario de ingreso a la actividad a la edad $\mathbf{e_i}$ es en el año actual igual a $\mathbf{S_{ei}}$. Consideramos además que el salario para edades superiores se ve incrementado anualmente por efecto de mejoras en la carrera laboral, de acuerdo a una tasa que denotamos por "$\mathbf{m_j}$".

En tal caso, podemos plantear los siguientes salarios por edades vigentes en el año actual. :

$$\text{SALARIO A EDAD } j = \mathbf{S_j} = \mathbf{S_{ei}} * (1+m_j)$$
$$\text{con } _j > e_i \text{ y } m_{ei} = 0$$

En el siguiente cuadro, suponemos una movilidad salarial igual a la expresada en la segunda columna:

Cuadro 5.

Edad Actual	Curva de movilidad $1+m_j$	Sueldo Actual
20	1.00	10000
30	1.20	12000
40	1.30	13000
50	1.40	14000
60	1.50	15000

Si suponemos que el sueldo actual a la edad de ingreso a la actividad es de 10.000, podemos estimar el valor del salario promedio por edad conociendo la curva de movilidad. El resultado se muestra en la última columna.

Es de destacar que en este análisis consideramos exclusivamente los aumentos salariales por efecto de la movilidad salarial vertical. Suponemos un crecimiento nulo del salario promedio por efecto de una mejora en la productividad general.

Se destaca que aún cuando existan crecimientos salariales por tal concepto, los valores monetarios que computaremos en el análisis están deflactados por el índice general de salarios por lo que el resultado será el mismo que se obtendría de suponer un crecimiento salarial real nulo.

2. Cotizaciones totales

Conociendo el número de cotizantes y el salario promedio por edad, estamos en condiciones de calcular el nivel total de las cotizaciones de un año específico como sigue:

$$\textbf{Cotizaciones} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, A_j * l_j / l_{ei} * S_j \;\; * TC \,] \qquad [5]$$

donde TC es la tasa de contribución aplicable a la masa salarial.

A los efectos de poder visualizar claramente las variables componentes más significativas de la expresión anterior, realizaremos las siguientes definiciones complementarias:

i) Edad Central de Cotización (ECC)

Podemos considerar el caso hipotético de que el nivel de las altas anuales es constante e igual a los asociados a una edad intermedia comprendida entre "$\mathbf{e_i}$" y "$\mathbf{e_{r-1}}$" que denominamos Edad Central de Cotización (ECC), de tal forma que se cumpla la siguiente relación.

$$\textbf{Cotizaciones} = A_{ECC} * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, l_j / l_{ei} * S_j \;\; * TC \,] \qquad [6]$$

Por lo tanto, **ECC** indica la edad cuyas altas de cotizantes asociadas permiten determinar el nivel de cotizaciones aplicando la fórmula [6] en lugar de la expresión general [5] donde rigen las diferencias en cuanto a los niveles de altas para las diversas edades posibles de cotizaciones.

En otros términos, en la expresión [6] sustituimos las diferentes altas anuales por un número promedio que denotamos por $\mathbf{A_{ECC}}$, por lo que la evolución del número de cotizantes depende sólo de la tasa de mortalidad. La edad que tiene asociada a ese número promedio de altas es la que denotamos como Edad Central de Cotización.

ii) Tiempo Medio de Cotización (TMC)

La suma de las probabilidades de supervivencia para todas las edades de cotización puede dar lugar a la siguiente expresión, que denotamos como el tiempo medio de cotización.

$$\textbf{TMC} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} (l_j / l_{ei}) \qquad [7]$$

Cada cociente de la sumatoria indica la fracción de año que se espera que el cotizante viva, estimada a partir de la edad de inicio de la actividad. Como tales fracciones se acumulan para todo el período de actividad, el resultado final será igual al tiempo esperado de cotización.

Téngase presente que si el límite de la sumatoria fuese la edad límite de la tabla de mortalidad, el Tiempo Medio de Cotización, sería idéntico a la esperanza de vida a la edad “**e_i**”, ante el supuesto de que las muertes se producen a final de cada año.

iii) Sueldo Medio de Cotización (SMC)

En lugar de operar con sueldos anuales diferentes para cada edad, es posible considerar en el análisis un sueldo promedio anual, de la siguiente forma:

$$\mathbf{SMC} = \frac{\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, Sj * (l_j / l_{ei}) \,]}{\mathbf{TMC}} \qquad \mathbf{[8]}$$

Es un valor que resulta de promediar los sueldos vigentes para las diferentes edades activas, ponderados por la proporción de la fracción de año de vida esperada para cada edad en el tiempo medio de cotización. .

A partir de las expresiones [6], [7] y [8] podemos ahora plantear la siguiente formulación general para el total de cotizaciones:

$$\boxed{\text{Cotizaciones} \;=\; \mathbf{TMC} * \mathbf{SMC} * \mathbf{A_{ECC}} * \mathbf{TC}} \qquad \mathbf{[9]}$$

Podemos afirmar que el nivel total de las cotizaciones puede ser calculado a partir del producto del tiempo medio de cotización, del número altas asociadas a la edad central de cotización, del sueldo medio de cotización por edad y de la tasa de contribución.

Es de destacar que los factores que explican el nivel de cotización, no son independientes a excepción de la tasa de aporte. Por el contrario, el Sueldo Medio de Cotización dependerá de las variables que afectan a las Edad Central de Cotización, y el Tiempo medio de Cotización dependerá de las que explican al Sueldo Medio de Cotización. Todo cambio que se verifique en alguno de esos factores podrá generar modificaciones en los valores de los restantes. Así por ejemplo un ajuste en las probabilidades de supervivencia, implicará ajustes sucesivos de ECC, SMC y TMC.

A los efectos de ilustrar los resultados de las expresiones anteriores, planteamos el siguiente cuadro que es compresivo de los anteriores:

Cuadro 6.

Edad Actual	Cotizantes a los 20 años	Prob. de Supervivencia	Cotizantes Actuales	Sueldo Promedio	Masa Salarial IV * V	Producto V * III
I	II	III	IV	V	VI	VII
20	2015696	1	2,015,696	10000	20156962130	10000
30	1783802	0.9	1,605,422	12000	19265061151	10800
40	1592680	0.8	1,274,144	13000	16563875328	10400
50	1397088	0.7	977,962	14000	13691462400	9800
60	1247400	0.6	748,440	15000	11226600000	9000
SUMAS	8,036,666	4			80903961009	50000

A partir del cuadro podemos estimar los diversos factores que permiten calcular el nivel total de cotizaciones.
En tal sentido, se cumple:

TMC = SUMA COLUMNA III = 4

$$SMC = \frac{\text{SUMA COLUMNA VII}}{\text{SUMA COLUMNA III}} = \frac{50,000}{4} = 12500$$

$$A_{ECC} = \frac{\text{SUMA COLUMNA VI}}{\text{SUMA COLUMNA VII}} = \frac{80903961009}{50000} = 1,618,079$$

Además podemos hallar la Edad Central de Cotización, interpolando ciertos valores que figuran en las columnas I y II del cuadro:

Columna I		**Columna II**
30	------	1,783,802
ECC	------	1,618,079
40	-------	1,592,680

Cuyo resultado es igual a: **ECC= 32.83702119** años de edad

Con tales resultados podemos hallar el nivel de las cotizaciones aplicando la formula [9], de la siguiente manera:

Cotizaciones = 4 * 12500 * 1,618,079 * 0.10 = <u>8 090 396 101</u>

donde suponemos que la tasa de contribución el del 10%.

Téngase presente que la tasa de aportes no tiene por qué ser la de equilibrio del sistema de reparto, pues fue elegida en forma arbitraria. Por lo tanto, el nivel total de las cotizaciones puede no coincidir con el de los egresos por jubilaciones.

Egresos por jubilaciones

1) Importe de las Jubilaciones por Edad

Supongamos que el importe de las altas de jubilaciones del año actual se calcula multiplicando el Sueldo Básico Jubilatorio (SBJ) por la tasa de reemplazo (TR) :

JUBILACION INICIAL = SBJ * TR

El Sueldo Básico Jubilatorio puede ser el resultado de promediar salarios de diferentes años que pueden comprender hasta toda la actividad laboral. Sin embargo, a los efectos del presente análisis no es relevante.

Las altas del año anterior, si bien tenían el mismo valor al momento del alta, actualmente fueron reajustadas a una tasa "a" que puede ser por ejemplo la tasa de crecimiento de los salarios o la de los precios. Como consideramos valores constantes en términos de salarios, el valor actual de las altas unitarias del año anterior será igual al valor original multiplicado por el cociente (1+a)/(1+s). Para las jubilaciones de dos años de antigüedad, el factor de ajuste debería ser el mismo cociente elevado al cuadrado. Para los años siguientes, el exponente debe crecer en función de los años de antigüedad de la jubilación. Por lo tanto, el importe promedio de una jubilación depende de la edad actual, y puede ser expresado como:

$$\textbf{JUBILACIÓN REAL A EDAD } j = JRj = SBJ * TR * [(1+a)/(1+s)]^{(j-er)}$$
$$\text{para} \quad j >= e_r$$

Continuamos con nuestro ejemplo, bajo el supuesto que el Sueldo Básico Jubilatorio sea igual al Sueldo Medio de Cotización (12.500) y de que la tasa de reemplazo es el 60%. Por lo tanto, la jubilación inicial será igual a 7.500. Si suponemos además que las jubilaciones se reajustan en igual porcentaje que el crecimiento del nivel salarial, se cumple que a=s, por lo que la jubilación a las diferentes edades permanece constante en 7.500, a consecuencia de que los valores monetarios que estamos manejando están deflactados por la variación del índice de salarios.

2. Jubilaciones Totales

El importe total de jubilaciones, lo calculamos a partir de la acumulación del importe de las diferentes edades, teniendo en cuenta no sólo el nivel monetario de las jubilaciones por edad sino el número de jubilados que surge de la relación [4]. La Expresión asociada a las jubilaciones totales es entonces la siguiente:

$$\textbf{Jubilaciones} = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [A_j * l_j / l_{ei} * JR_j] \qquad [10]$$

Al igual que para el caso de las cotizaciones, plantearemos ciertas definiciones adicionales que nos permitirán simplificar la expresión anterior:

i) Edad Central de Jubilación. (ECJ)

Al igual que para las contribuciones, podemos plantearnos una situación hipotética en que consideremos que se pueda asociar a cada edad jubilatoria un nivel de altas constante que sea equivalente al asociado a una edad intermedia entre la edad de retiro y la final, que denominamos Edad Central de Jubilación. En tal caso, la expresión del nivel total de jubilaciones puede ser planteada como sigue:

$$\text{Jubilaciones} = A_{ECJ} * \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [\, l_j / l_{ei} * JR_j \,] \qquad [11]$$

Las altas de cotizantes asociadas a los que actualmente tienen la Edad Central de Jubilaciones, son tales que permiten obtener el importe total por jubilaciones a partir de la fórmula [11] en lugar de la [10]. La diferencias entre ambas expresiones es que en la última se considera exclusivamente un nivel de altas anuales constante, que sustituye a las altas variables para las diferentes edades.

ii) Tiempo Medio de Jubilación (TMJ)

La suma de las probabilidades de supervivencia para todas las edades de jubilación puede dar lugar a la siguiente expresión, que denominamos como el tiempo medio de jubilación.

$$TMJ = \sum_{j=er}^{j=e_f} (l_j / l_{ei}) \qquad [12]$$

Representa el número medio de unidades de tiempo que se espera percibir una jubilación, visualizados desde el instante inicial del período de cotización, es decir a la edad e_i.

iii) Sueldo Medio Básico Jubilatorio (SMBJ)

En lugar de considerar sueldos básicos jubilatorios cambiantes por edad, por efecto de las revalorizaciones periódicas que se producen, podemos considerar un sueldo básico jubilatorio de nivel promedio por unidad de tiempo. Ese promedio lo referiremos a las unidades de tiempo del Tiempo Medio Jubilación, por lo que la expresión para SMBJ será la siguiente:

$$SMBJ = \frac{\sum_{j=e_r}^{j=e_f} [JR_j * (\, l_j / l_{ei} \,)\,]}{TMJ} *(1/TR) \qquad [13]$$

Considerando las [11], [12] y [13] podemos expresar el valor de las cotizaciones del año a partir de los niveles de los factores analizados precedentemente como:

$$\text{Jubilaciones} = \mathbf{TMJ * SMBJ * TR * A_{ECJ}} \qquad \textbf{[14]}$$

La nueva formulación de las jubilaciones totales depende del Sueldo Medio Básico Jubilatorio, el número de altas asociados a la edad central de jubilación , la tasa de remplazo y al tiempo medio de jubilación.

Seguiremos analizando el ejemplo propuesto a partir del siguiente cuadro:

Cuadro 7

Edad Actual	Cotizantes a los 20 años	Prob. de Super	Jubilados Actuales	Jubilación Promedio	Masa Jubilación IV * V	Producto V * III
I	II	III	IV	V	VI	VII
70	1,134,000	0.5	567,000	7500	4252500000	3,750
80	1,050,000	0.4	420,000	7500	3150000000	3,000
90	1,000,000	0.1	100,000	7500	750000000	750
SUMAS	3,184,000	1			8152500000	7,500

Podemos ahora estimar los diversos factores que permiten calcular el nivel total de jubilaciones del año considerado. En tal sentido podemos establecer que se cumple:

TMJ = SUMA COLUMNA III = 1

SMBJ = SMC = 12.500

$$A_{ECJ} = \frac{\text{SUMA COLUMNA VI}}{\text{SUMA COLUMNA VII}} = \frac{8152500000}{7500} = 1,087,000$$

Además podemos hallar la Edad Central de Jubilación, interpolando los siguientes valores

Columna I		Columna II
70	--------	1,134,000
ECJ	--------	1,087,000
80	--------	1,050,000

Resultando que **ECJ= 77.77771204** años de edad

Sabiendo que la tasa de remplazo es el 60%, podemos determinar el nivel de las cotizaciones aplicando la formula [9], de la siguiente manera:

Jubilaciones = 1 * 12500 * 0.6 * 1 087 000 = <u>8 152 500 000</u>

Como se ha establecido anteriormente el nivel del Sueldo Básico Jubilatorio es igual al del Sueldo Medio por edad como consecuencia de que la jubilación inicial se calcula promediando los sueldos de toda la actividad laboral y que las jubilaciones de los años siguientes se reajustan de acuerdo a la variación promedio de los salarios.

Nivel de la tasa de cotización de equilibrio

Como estamos analizando un sistema de reparto, el equilibrio financiero global se debe cumplir anualmente, por lo que las cotizaciones y jubilaciones de cada año deben coincidir. Por lo tanto se debe cumplir en forma anual la siguiente igualdad

Cotizaciones = Jubilaciones

En nuestro caso, esta igualdad puede ser presentada, de acuerdo con las expresiones **[9]** y **[14]** como sigue:

$$\mathbf{TMC * SMC * A_{ECC} * TC = TMJ * SMBJ * TR * A_{ECJ}}$$

Como el sistema que estamos considerando es de prestación definida, la variable de ajuste es la tasa de cotización. Por lo tanto, debemos despejar TC de la ecuación anterior llegando a la siguiente relación de equilibrio de carácter general:

$$\mathbf{TC = \frac{TMJ * SMBJ * TR * A_{ECJ}}{TMC * SMC * A_{ECC}}} \qquad \mathbf{[15]}$$

Siguiendo con el ejemplo, como el importe total de cotizaciones y de jubilaciones que calculamos anteriormente no coincide porque a la tasa de contribución del 10% no es la de equilibrio financiero. Aplicando la fórmula anterior podemos hallarla:

$$\mathbf{TC} = \frac{1 * 12500 * 0.6 * 1\,087\,000}{4 * 12500 * 1{,}618{,}079} = \frac{8\,152\,500\,000}{80\,903\,961\,010} = \mathbf{10.08\%}$$

En el segundo miembro de la ecuación podemos definir dos tipos de relaciones básicas:

- Por un lado la relación demográfica de la ecuación que compara el número de cotizantes con el de jubilados:

$$\mathbf{\frac{Jubilados}{Cotizantes} = \frac{TMJ * A_{ECJ}}{TMC * A_{ECC}} = \frac{1\,087\,000}{6\,472\,317} = 0.16794604}$$

Significa que el número de jubilados es el 16.79% del de cotizantes, o en otros términos, que en promedio existen 5.95 cotizantes por cada jubilado.

- Por otro, la relación económica que está representada por el siguiente cociente:

$$\mathbf{\frac{Jubilación\ Promedio}{Sueldo\ Promedio} = \frac{SMBJ * TR}{SMC} = 0.60}$$

En este caso la relación entre la jubilación promedio y el sueldo de cotización promedio es igual a la tasa de reemplazo puesto que el sueldo medio básico jubilatorio coincide con el sueldo promedio de cotización.
Las relaciones indicadas precedentemente son las tradicionales que inciden en un régimen de reparto. La particularidad de la expresión [15] es que tanto el número de jubilados como el de cotizantes han sido desagregados por dos componentes, que definen respectivamente el tiempo medio de jubilación y el de cotización así como el nivel de las altas tanto a la edad central de cotización como de jubilación. Esta desagregación es la que permitirá visualizar la tasa de rentabilidad implícita en un régimen de reparto.

Tasa de interés implícita en la ecuación de equilibrio

Si desagregamos en la expresión [15] a $Altas_{ECC}$ y $Altas_{ECJ}$ de acuerdo a sus componentes y a la relación establecida en [1], la tasa de cotización de equilibrio puede ser visualizada como :

$$TC = \frac{TMJ * SMBJ * TR * (1+c(ECJ,e_f))}{TMC * SMC * (1+c(ECC,e_f))}$$

Como, por definición de la función c(i,j) , se cumple la siguiente relación:

$$\frac{1+c(ECJ,e_f)}{1+c(ECC,e_f)} = \frac{1}{(1+c(ECC,ECJ))}$$

podemos plantear :

$$\boxed{TC = \frac{TMJ}{TMC} * \frac{SMBJ * TR}{SMC} * (1+c(ECC,ECJ))^{-1}} \qquad [16]$$

Si en lugar de considerar la tasa de crecimiento acumulado en el período comprendido entre la Edad Central de Cotización y de Jubilación, c(ECC,ECJ), calculamos la tasa anual de crecimiento « c » promedio que en período (ECC, ECJ), proporcione un crecimiento acumulado total similar al de la relación [2] :

$$(1+c)^{(ECJ-ECC)} = (1+c(ECC,ECJ)) \qquad [17]$$

Por lo tanto, la expresión final para la tasa de contribución de equilibrio anual para un sistema reparto de las características que hemos definido será la siguiente:

$$\boxed{TC = \frac{TMJ}{TMC} * \frac{SMBJ . TR}{SMC} * (1+c)^{ECC-ECJ}} \qquad [18]$$

Planteamos a continuación el principal resultado del análisis efectuado en relación al equilibrio individual de un sistema de prestaciones definidas [3], a través de la siguiente formulación en la que se expresa la tasa de contribución de equilibrio en términos de otras variables relevantes.

$$TCI = \frac{TMJ}{TMC} * \frac{SMBJ * TR}{SMC} * (1+ i_s)^{ECC-ECJ} \qquad \textbf{[19]}$$

Analizando las expresiones [18] y [19] podemos establecer que por definición coinciden todos sus factores excepto el último, puesto que no conocemos el valor de las tasas que figuran en cada una, ni el nivel de las Edades Centrales de Cotización y de Jubilación puesto que tienen formulaciones diferentes. Sin embargo podemos plantear las siguientes condiciones necesarias y suficientes para la tasa de rentabilidad implícita en ambas formulaciones:

Si las Edades Centrales de Cotización y de Jubilación son iguales en [18] y [19], para que se cumpla con la igualdad total de ambas expresiones es suficiente que se equipare a la tasa de rentabilidad real con la tasa de crecimiento promedio de las altas, por lo tanto

$$i_s = c \qquad [\textbf{20}]$$

- Si en el sistema de equilibrio individual, se aplican tasas de rentabilidad diferenciales tales que sean en cada período iguales a las tasas de crecimientos de las altas de cotizantes del mismo período en el régimen de reparto, es decir que:

$$i_s(t-1,t) = c(t-1,t) \quad \text{para todo } t \qquad [\textbf{21}]$$

coinciden ECC y ECI en las ecuaciones de ambos equilibrios.

Para verificar tal propiedad, denotemos el valor futuro, a la edad ef de las cotizaciones y prestaciones esperadas, asociadas a un afiliado individual, como VFCI (Valor Futuro de las Cotizaciones Individuales) y VFPI (Valor Futuro de las Prestaciones Individuales) respectivamente.

Las expresiones asociadas a ambos casos se pueden obtener teniendo en cuenta el valor actual de las cotizaciones y prestaciones [4] y [21], resultando:

$$VFCI = \sum_{j=ei}^{j=er-1} [S_j * TCI * l_j \;/\; l_{ei} * (1 + c(j,ef))] \qquad \textbf{[22]}$$

---

[3] Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

[4] Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

$$VFPI = \sum_{j=er}^{j=ef} [JR_j * l_j/l_{ei} * (1 + c(j,ef))] \qquad [23]$$

Consideremos además que el nivel de las cotizaciones y prestaciones del régimen de reparto pueden ser obtenidas de las relaciones [5] y [10], las que denotamos como VCR (Valor de las Cotizaciones del Sistema de Reparto) y VPR (Valor de las Prestaciones del Sistema de Reparto)

$$VCR = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [A_j * l_j / l_{ei} * S_j * TC] \qquad [24]$$

$$VPR = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [A_j * l_j / l_{ei} * JR_j] \qquad [25]$$

Si se tiene en cuenta además que por la relación [1], se cumple que;

$$A_j = A_{ef} * (1+ c(j,e_f)) \qquad [26]$$

A partir de las expresiones anteriores, podemos concluir las siguientes relaciones:

$$VCR = VFCI * A_{ef}$$
$$VPR = VFPI * A_{ef}$$

Entonces, por la forma como están definidas las fórmulas para el cálculo de las Edades Centrales de Cotización y de Jubilación, podemos concluir que la ECC puede ser calculada indistintamente en VCR ó VFCI y ECJ puede ser calculada indistintamente en VPR ó VFPI, puesto que las expresiones respectivas difieren sólo en una constante. En consecuencia ECC y ECJ son iguales tanto para las cotizaciones como las prestaciones globales e individuales consideradas.

En consecuencia, la persona para la cual se evalúa el equilibrio financiero individual es un afiliado al régimen de reparto, con la particularidad de que la tasa de rentabilidad implícita es a la vez la que se debe considerar en el equilibrio global del sistema.

A los efectos de ilustrar los resultados anteriores, continuaremos analizando el ejemplo en el cual veremos cómo es posible calcular fácilmente la tasa de rentabilidad implícita en el sistema.

En tal sentido debemos disponer de información sobre las edades centrales de cotización y de jubilación así como el número de cotizantes y jubilados por edad, que en nuestro caso son las siguientes:

ECC= 32.83702119 ; ECJ= 77.77771204 ; A_{ECC}=1,618,079 y A_{ECJ}=1,087,000

Por lo tanto el crecimiento de cotizantes vendrá dado por la siguiente relación:

$$(1+c(ECC,ECJ)) = 1{,}618{,}079 / 1{,}087{,}000 = 1.48857334$$

Como este factor indica el crecimiento relativo entre ECC y ECJ, se verifica:

$$(1+c)^{(ECJ-ECC)} = 1.48857334$$

donde « c » es la tasa de crecimiento promedio por unidad de tiempo, que según se ha establecido precedentemente es equivalente a la tasa de rentabilidad implícita del régimen de reparto, cuyo valor específico para este caso será igual a:

$$c = 0.89\%$$

Téngase presente que los resultados de la tasa de rentabilidad pueden ser calculados en forma directa de ambas ecuaciones porque se verifica a la vez el equilibrio el financiero global del sistema y el equilibrio financiero individual de participantes del sistema.

Periodos donde se verifican los equilibrios financieros

Como se ha establecido precedentemente, existen dos tipos de equilibrios financieros que están ligados, el del régimen de reparto y el asociado a un afiliado tipo integrante de ese régimen. Sin embargo, los instantes donde se visualizan esos equilibrios son diferentes, por lo que es de rentabilidad especificar cuando se verifican ambos equilibrios:

- El equilibrio financiero individual de aportes y prestaciones esperadas de un afiliado se evalúa desde su ingreso a la actividad hasta su fallecimiento. Por lo tanto, si suponemos que “x(0) “ es el instante a partir del cual se analiza el equilibrio de un nuevo afiliado de edad “ei” y la edad máxima prevista de vida es “ef”, el año final del horizonte de análisis será entonces “x(ef-ei)”. Además como en la formulación del caso individual se plantean los valores actuales de los flujos de fondos previstos, el equilibrio se visualiza en el año “x(0)”.

- En cuanto al equilibrio financiero del sistema de reparto, se debe tener en cuenta que el período de análisis es de alguna manera también el comprendido entre los años “x(0) a x(ef-ei)”. El sistema consolida en un único año las cotizaciones y prestaciones asociadas a los afiliados dados de alta en ese período. Entonces, el año en el que se presenta el equilibrio del sistema debe ser el final del período, es decir “x(ef-ei)”. Allí se computan los ingresos y egresos, asociados a todos los afiliados que son supérstites de quienes ingresaron al sistema en el período considerado.

De lo expuesto se desprende que si por ejemplo hoy computamos el equilibrio financiero para una afiliado de edad ei (inicio de la actividad), que comprende toda su vida laboral y de jubilado, la tasa de rentabilidad asociada se obtendría de promediar el crecimiento de las altas de cotizantes de un período que depende de la Edad Central de Cotización y la Edad Central de Jubilación.

Ahora bien, si se desea establecer en el calendario, los instantes en los que se verifican tanto ECC como ECJ, será necesario asociar para los diferentes afiliados del año final “x(ef-ei)”, el año específico en el que ingresaron al sistema. Para ello basta plantear la siguiente relación:

Edad en “x(ef-ei)”		**Año de Alta**
e_j	$\longrightarrow$	$x(e_f - e_j)$

Lo que nos permite plantear el siguiente esquema:

Año de alta según edad en x(ef-ei)

Edad en x(ef-ei)	ef	ef-1	....	ECJ	....	er	....	ECC	....	ei+1	ei
Año de alta x(j): j =	0	1	....	ef-ECJ	....	ef-er	….	ef-ECC	…	ef-ei-1	ef-ei

Por lo tanto, la tasa de rentabilidad implícita en el sistema, será igual a la tasa promedio de crecimiento de las altas comprendido entre los años x(ef-ECJ) y x(ef-ECC) por lo cual se cumple:

Intervalo donde se computa del crecimiento de altas =[x(ef-ECJ) ,x(ef-ECC)] (a la amplitud del período ECJ-ECC la denominamos período de recuperación)

Esta propiedad permite efectuar dos consideraciones.

- para hallar el equilibrio financiero del actual sistema de reparto necesariamente debemos retrotraernos a por lo menos ef-ECJ años, puesto que a partir de ese instante se puede computar la tasa de crecimiento de las altas en el período inmediato siguiente de ECJ-ECC años. La amplitud del período a considerar así como cantidad de años que debemos computar para la estimación de la tasa hacen que, desde un punto de vista práctico, sea muy complejo el cálculo, en especial porque en tal período pueden coexistir atributarios y/o beneficiarios de sistemas jubilatorios diferentes.

- para hallar la tasa de rentabilidad de equilibrio individual de un afiliado que actualmente ingrese a la actividad en un sistema de reparto a la edad ei, es necesario que transcurran ef-ECJ años para computar a partir de allí la tasa promedio del crecimiento de altas en el período inmediato de amplitud ECJ-ECC. Este tipo de cálculo es importante puesto que permite visualizar si las prestaciones previstas para los nuevos cotizantes se equilibran con las cotizaciones aplicando los factores de actualización que surgen de considerar la tasa de rentabilidad de equilibrio. En caso de que el nivel de contribuciones sea insuficiente será necesario rediseñar el sistema ajustando algunos de los parámetros básicos que inciden en el equilibrio financiero.

Una regla simple para la estimación de la tasa de rentabilidad

Como se ha establecido anteriormente, es interesante conocer la tasa de rentabilidad a computar en los cálculos de equilibrio individual para nuevos afiliados a un sistema de reparto. En tal caso, es preciso visualizar la evolución de las diferentes variables en el futuro lejano con las dificultades prácticas que ello significa. En consecuencia, no es desdeñable plantear sin demostración matemática una serie de resultados generados a partir de la aplicación de diversas estrategias simples que sirven de guía a la resolución del problema específico de la tasa de rentabilidad.

En tal sentido realizamos el siguiente análisis de carácter general a partir de la definición de las edades medias de cotización y de jubilación de una forma específica.

Edad Media de Jubilación

Consolidando las expresiones (10) y (14), y considerando el caso de una tasa de crecimiento de cotizantes constante "c", podemos plantear la siguiente relación:

$$\sum_{j=e_r}^{j=e_f} [A_{ef} * (1+c)^{ef-j} * l_j / l_{ei} * JR_j] = A_{ef} * (1+c)^{ef-ECJ} * \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [(l_j / l_{ei}) * JR_j]$$

Si suponiendo que la tasa "c" es lo suficientemente pequeña como para que el error que se tenga por considerarla no compuesta no es relevante, podemos llegar a la siguiente expresión:

$$\sum_{j=e_r}^{j=e_f} l_j / l_{ei} * JR_j * j] = ECJ * \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [lj/l_{ei} * JR_j] \qquad [27]$$

Definimos a la Edad Media de Jubilación como:

$$EMJ = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} (\alpha_j * j) \qquad [28]$$

con :

$$\alpha_j = l_j / l_{ei} * JR_j \Big/ \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [(lj/l_{ei}) * JR_j] \qquad [29]$$

para j= e_r, e_r+1,......, e_f-1

Por lo que los coeficientes α_j expresan la participación de la jubilación esperada por persona para cada edad en la jubilación esperada total por persona. Estos valores medios están calculados a partir de la edad de inicio de cotización.

Entonces, por (27) y (28) podemos deducir la siguiente igualdad:

$$ECJ = EMJ$$

Por lo tanto, en el caso simplificado, podemos operar con la Edad Media de Jubilación en lugar de la Edad Central de Jubilación.

Edad Media de Cotización

Consolidando las expresiones (5) y (9), podemos plantear, con “c” constantes, la siguiente relación:

$$\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [A_{ef}*(1+c)^{ef-j} * l_j / l_{ei} * S_j *TC] = A_{ef} *(1+c)^{ef-ECC} * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [(l_j / l_{ei}) * S_j *TC]$$

Suponiendo al igual que en el caso anterior que “c” es una tasa lineal [5], podemos llegar a la siguiente expresión:

$$\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} l_j / l_{ei} * S_j * j] = ECC * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [lj/l_{ei} * S_j] \qquad \textbf{[30]}$$

Definimos a la Edad Media de Cotización como:

$$EMC = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} (\beta_j * j) \qquad \textbf{[31]}$$

con :

$$\beta_{j=} l_j/l_{ei} * S_j / \sum_{j=ei}^{j=e_{r-1}} [(lj/l_{ei}) * S_j] \qquad \textbf{[32]}$$

para $j= ei, e_r+1, \ldots\ldots, e_{r-1}$

Los coeficientes β_j expresan la participación de la masa salarial esperada por persona para cada edad en la masa salarial esperada para toda la vida activa por persona. Estos valores medios están calculados a partir de la edad de inicio de cotización.

Por lo tanto, en el caso simplificado, podemos operar con la Edad Media de Cotización en lugar de la Edad Central de Cotización, puesto que se verifica que:

Por (30) y (31), podemos deducir la siguiente igualdad:

$$ECC = EMC$$

Por lo tanto, en el caso simplificado, podemos operar con la Edad Media de Jubilación en lugar de la Edad Central de Jubilación.

[5] Como la tasa de interés se computa cuando consideramos crecimiento de productividad nulo, será necesariamente baja si la expansión del sistema también lo es, por efecto del poco crecimiento de la población afectada.

Regla simple para la estimación de la tasa

Consolidando los resultados anteriores, la relación entre la tasa de rentabilidad y de crecimiento de altas puede ser planteada como: (con año base igual a x(0)) :

Tasa i_s = % crecimiento anual de altas de cotizantes en **[x(ef–EMJ);x(ef-EMC)]**

Podemos describir ahora la **regla general**:

La tasa de rentabilidad futura de un sistema de reparto es aproximadamente igual a la tasa de crecimiento anual promedio del número de altas de cotizantes en el período de recuperación, que se computa desde "ef -EMJ" años desde el instante inicial.

Es destacable que la aplicación de esta regla estará más cerca de la realidad cuando se cumpla:

i) que la tasa de crecimiento de las altas de cotizantes no tenga variaciones significativas en el período de recuperación y

ii) que la tasa de crecimiento anual de altas sea lo suficientemente pequeña para que pueda considerarse no compuesta.

Por lo tanto, un análisis de sensibilidad de los resultados ante cambios posibles en los parámetros considerados en el análisis es importante.

Resulta evidente que esta regla nos permite calcular en forma relativamente simple la tasa de rentabilidad, pero no sustituye la posible utilización de las fórmulas exactas desarrolladas en los puntos anteriores, aún cuando ello implique encarar mayores dificultades de carácter práctico.

Estimación de la tasa para el régimen de reparto uruguayo

Consideremos a vía de ejemplo, el caso del nuevo régimen solidario uruguayo, donde la edad promedio de altas de activos es de 22 años (e_i) y de jubilación es de 63 años (e_r), por lo tanto el período de actividad (PA) es igual a 41. Además la edad límite de la tabla de mortalidad utilizada son los 100 años (e_f)

Por lo tanto, si el año base es el 2005, calcularemos la tasa de rentabilidad que estará asociada al equilibrio individual de una afiliado que inicia su actividad en ese año y será además la tasa de rentabilidad implícita del sistema de reparto del año 2083 (2005+100 –22)

Para ello será necesario previamente estimar las edades medias de cotización y de jubilación.

En tal sentido, si tenemos en cuenta que las jubilaciones del régimen uruguayo se ajustan de acuerdo a la variación de los salarios, la expresión [29] puede ser simplificada, quedando igual a:

$$\alpha_j = (l_j / l_{ei}) / \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [(lj/l_{ei}) \qquad \text{para } j= 63, 64,.....$$

por lo tanto, en este caso las variables biométricas son las únicas que influyen en el nivel Edad Media de Jubilación. Si consideramos la tabla de mortalidad prevista para el año 2050 (se supone constante a partir de ese año) sería igual a 75 años.

En la Edad Media de Cotización, incidirán no sólo las variables biométricas sino que es necesario realizar una ponderación de las movilidades salariales verticales en toda la etapa activa. La aplicación de las fórmulas [31] y [32] al caso uruguayo, dan como resultado una EMC igual a 44 años.

Por lo tanto, debemos calcular el crecimiento promedio del número de cotizantes en el período comprendido entre los años 2030 (2005+100-75) y el año 2061. (2005+100-44).
De la proyección financiera de largo plazo del sistema previsional uruguayo, consideramos el nivel de altas de los años 2030 y 2061 que respectivamente fueron estimadas en 27.870 y 31.276, y teniendo en cuenta que el período de recuperación es de 31 años, podemos plantear los valores concretos de la expresión [2],

$$1+c = (31.276/27.870)\hat{}(1/31) = 1.00373$$

En consecuencia, la tasa de crecimiento promedio del número de altas de cotizantes sería igual al **0.373% anual**. Estos resultados nos indicarían el nivel de la tasa de rentabilidad real anual sobre salarios del sistema de reparto futuro y por ende la tasa asociada a un cotizante que recién ingresa a la actividad.

Por lo tanto se cumple que la tasa de rentabilidad real sobre salarios buscada sería igual a:

$$\underline{i_s = c = 0.373\ \%}$$

Con respecto a este resultado debemos realizar dos precisiones:

- En primer término, que la consideración de la tasa de crecimiento del número de cotizantes en forma lineal, en lugar de compuesta no genera errores de significación, así por ejemplo si comparamos los factores de actualización a la edad de inicio de cotización para la edad previa de retiro (41 años) en el caso de linealidad ó composición, podemos apreciar que a la tasa del 0.373% se produce un error menor del 0.98 por mil.
- Además, como existen tasas anuales variables del crecimiento de las altas, en lugar de la tasa constante supuesta, es preciso analizar los cambios para cuando se modifica el período de recuperación. Si disminuimos en dos años (6.5%) la amplitud del período de

recuperación, la tasa de rentabilidad resultante sería igual a 0.385%. Apreciamos entonces la poca variación de la tasa ante cambios en el período considerado.

Por lo tanto, a consecuencia de los períodos muy amplios en los cuales se deben evaluar los diferentes parámetros y las pocas discontinuidades que se pueden prever en un horizonte de muy largo plazo, es que se considera que el margen de error que se tendría, al realizar las estimaciones aplicando la regla general, no será de significación.

Conclusiones

Del planteo general se ha deducido una serie de nuevas variables básicas que inciden algunas de ellas en los ingresos y otras en los egresos, como los tiempos medios de cotización y de jubilación, que representan las unidades de tiempo en que un nuevo afiliado puede esperar que en promedio deba cotizar y tenga derecho a recibir jubilación.

Asimismo, se incorporan al análisis las edades centrales de cotización y de Jubilación, que tienen un significado específicamente financiero pero que son muy importantes para la desagregación de los componentes que explican tanto a los ingresos como a los egresos. Tales edades representan los instantes de tiempo en el que podrían unificarse todas las cotizaciones mensuales y prestaciones en un solo cobro (en Edad Central de Cotización) o pago (en Edad Central de Jubilación) con idéntico resultado que el de la operación corriente de movimientos financieros periódicos.

Estas definiciones han permitido inferir que el nivel total de las cotizaciones al sistema de reparto puede ser calculado a partir del producto de las edades medias de cotización, del número altas a la edad central de cotización, del sueldo medio de cotización por edad y de la tasa de contribución.

Asimismo, la nueva formulación de las jubilaciones totales permite además visualizar su dependencia del Sueldo Medio Básico Jubilatorio, el número de altas asociados a la Edad Central de Jubilación, la Tasa de Remplazo y al Tiempo Medio de Jubilación.

En el equilibrio financiero del sistema, es decir cuando los ingresos anuales se equiparan a los egresos, podemos considerar la existencia de dos tipos de relaciones básicas.

- Por un lado la relación demográfica que mide la relación promedio entre el número de cotizantes y el de jubilados
- Por otro la relación económica que está representada por el cociente entre la jubilación promedio y el sueldo promedio de actividad.

Las relaciones indicadas precedentemente son las tradicionales que inciden en un régimen de reparto. La particularidad de que tanto el número de jubilados como el de cotizantes han sido desagregados por dos componentes que definen respectivamente el tiempo medio de jubilación y de cotización así como el nivel de las altas de nuevos afiliados asociadas tanto a los cotizantes que actualmente tienen la edad central de cotización como a los que tienen una edad equivalente a la central de jubilación. Esta desagregación es la que permite visualizar la tasa de rentabilidad implícita en un régimen de reparto.

En tal sentido, del análisis de ambas relaciones se ha concluido que la tasa de rentabilidad real sobre salarios que está implícita en el equilibrio de un sistema de reparto es igual a la tasa de crecimiento anual promedio del número de altas del sistema en el período de recuperación, calculada luego de transcurridos "ef-ECJ" años.

Como la aplicación práctica de las formulaciones que permiten hallar la tasa de rentabilidad no es siempre posible a consecuencia de la complejidad que se puede presentar en el cálculo de las variables de la ecuación básica de equilibrio financiero, se realizó un análisis heurístico con el objeto de simplificarlas y hallar una expresión aproximada para la tasa de rentabilidad futura del régimen. A partir de ese análisis, se pudo inferir que la tasa de rentabilidad del sistema de reparto es aproximada a la tasa de crecimiento promedio del número de cotizantes para el período de recuperación. La estimación debe ser validada por de un análisis de sensibilidad de los resultados ante cambios en el año a partir del cual se computa el período de actividad a los efectos del cálculo de la tasa de rentabilidad.

Este procedimiento permitió realizar una estimación de la tasa de rentabilidad futura asociada al régimen de reparto del sistema estatal uruguayo, en forma sencilla, y cuyo resultado revela el bajo nivel de la tasa de rentabilidad asociada al régimen, a consecuencia del bajo crecimiento demográfico esperado en el largo plazo.

El conocimiento del nivel de esta tasa de rentabilidad tiene importancia por dos razones:

- en primer término porque la aplicación de la tasa en los cálculos del equilibrio financiero de los cotizantes actuales, permitirá identificar si es necesario reformar el sistema, y el grado en que se deberán cambiar ya sea las tasa de contribuciones como los niveles de prestaciones.
En tal sentido podemos establecer que la situación óptima del régimen de reparto es que se verifiquen tanto el equilibrio global del sistema como el individual (dejando de lado las redistribuciones que se pueden operar por las jubilaciones y/o aportes máximos y mínimos) desde el punto de vista financiero. Si en el sistema actual para que se verifique tal equilibrio la tasa de rentabilidad técnico deba ser superior, necesariamente se deberían aumentar los aportes o disminuir las prestaciones porque de lo contrarío el sistema sé desfinanciaría

- en segundo, la tasa de rentabilidad del sistema de reparto, permite comparar en forma simple los resultados del régimen con los de un sistema de capitalización. En tal sentido es suficiente comparar las tasas de rentabilidad asociadas a ambos regímenes en el largo plazo para poder inferir en cual de ellos el nivel de sus prestaciones puede ser superior. Si la tasa de rentabilidad del régimen de capitalización es superior, podrá otorgar mayores prestaciones desde un punto de vista relativo, en caso contrario[6], el sistema de reparto será quien genere mejores prestaciones. Ello no significa que se deba optar por uno de los regímenes en forma excluyente ya que se pueden complementar en forma adecuada, en especial porque el régimen de reparto es el que está en mejor condiciones de producir efectos redistributivos entre los diferentes afiliados al sistema tanto entre generaciones como dentro de una misma generación.

[6] Luis Camacho . "La paradoja del sistema de reparto". Banco de Previsión Social . Indicadores de la Seguridad Social No, 107.

REFERENCIAS

1 Luis Camacho. “La tasa de interés implícita en un sistema de reparto con estados relativamente estacionarios “ Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.3.

2 Ole Settergren y Boguslaw Mikula. “La tasa de rentabilidad de los sistemas de pensiones basados en el reparto”. AISS. Seminario de Actuarios y Estadísticos. Montevideo Noviembre de 2001.

3 Luis Camacho. “Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida” Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

4 Luis Camacho . “La paradoja del sistema de reparto”. Banco de Previsión Social. Indicadores de la Seguridad Social No, 107.