UN MODELO HEURISTICO PARA CALCULAR LA TASA DE INTERES TECNICO DE CORTE ASOCIADA A UN SISTEMA DE CAPITALIZACIÓN PARCIAL

Cr. Luis Camacho

UN MODELO HEURISTICO PARA CALCULAR LA TASA DE INTERES TECNICO DE CORTE ASOCIADA A UN SISTEMA DE CAPITALIZACIÓN PARCIAL

1. INTRODUCCION

Una primer consideración que corresponde realizar es la relacionada con el tipo de modelo que se planteará más adelante. El propósito es proporcionar un medio para analizar el comportamiento de un sistema. En particular, respecto a los modelos heurísticos que vamos a plantear, podemos afirmar que emplean reglas intuitivas o ciertas guías tratando de generar nuevas estrategias que se traduzcan en soluciones mejoradas que no pretenden ser óptimas.

No obstante, el resultado del ejercicio exitoso de construcción de este tipo de modelo es que permiten explicitar las variables de mayor importancia y reflejar las suposiciones de simplificación que puedan introducirse sin distorsionar la naturaleza básica del sistema sujeto a estudio.

El objetivo del presente análisis es el de encontrar, mediante la utilización de un modelo heurístico, el nivel de la tasa de interés técnico asociada con un sistema de capitalización parcial. Específicamente, se pretende calcular una tasa de interés que aplicada a los flujos de fondos asociados a los nuevos cotizantes del sistema permita mantener el grado de capitalización del régimen.

El procedimiento que se seguirá está basado en una definición específica del nivel o grado de capitalización de un régimen y un planteo teórico de las tasas de interés asociadas a los regímenes de reparto y de capitalización completa en sistemas de financiación colectiva y capitalización parcial. Posteriormente, se deducirá el nivel de la tasa de interés técnico específica de este régimen a partir de las tasas asociadas de los otros dos sistemas teniendo en cuenta su grado de capitalización.

Una puntualización que corresponde realizar a los efectos de aclarar los conceptos considerados en este análisis, está relacionada a que se deben diferenciar las tasas asociadas a las rentabilidades de las inversiones de fondos con las tasas de interés técnico que se utilizan en el equilibrio financiero-actuarial individual de miembros de cohortes integrantes de los diversos sistemas financiación colectiva. Utilizaremos las primeras en el cálculo de las reservas matemáticas generales, mientras que las segundas serán básicas en este análisis puesto permitirán calcular los factores de actualización que se utilicen en las ecuaciones de equilibrio individual. En ese sentido, el objetivo básico de este análisis es el de deducir a una expresión simple para la tasa de interés técnico actuarial de corte para el sistema de capitalización parcial.

2. SUPUESTOS BASICOS

Los modelos que se analizan a continuación representan una simplificación de realidad sujeta a estudio, por lo que resulta imprescindible destacar las hipótesis más significativas bajo las cuales fueron desarrollados. En tal sentido podemos establecer:

- Se supone una única edad para el inicio de la actividad y una edad única de inicio de la jubilación.

- Existe una movilidad salarial variable por edad, pero que permanece invariable en el horizonte de análisis.

- Las tasas de mortalidad por edad son invariables en el horizonte de análisis.

- Se excluyen del análisis las contribuciones y prestaciones asociadas a los riesgos de invalidez y muerte.

En los regímenes de financiación colectiva, se evalúan asimismo la evolución del número de altas de cotizantes por año, aún cuando estas pueden no tener un crecimiento constante en el tiempo. Asimismo, se supone que todos los nuevos cotizantes tienen idéntico salario de ingreso.

3. ECUACION DE EQUIVALENCIA DE UNA COHORTE HOMOGENEA PARA UN REGIMEN DE FINANCIACION INDIVIDUAL

Planteamos a continuación los principales resultados del análisis efectuado en relación al equilibrio individual de un sistema de prestaciones definidas[1].

Si bien el anexo , se explicitan las **variables que inciden en el equilibrio financiero individual,** a continuación se plantean las principales expresiones utilizadas en el análisis de referencia.

3.1 Valor actual de las cotizaciones

Los aportes totales pueden ser calculados aplicando la tasa de contribuciones **(TCI)**, a la masa salarial total de cotizantes, que a su vez puede ser estimada multiplicando el sueldo promedio de cotización **(SMC)** por la cantidad de unidades de tiempo de cotización esperada **(TMC).** Su valoración a la edad de inicio de la cotización se realiza aplicando la edad central de cotización **(ECC).**

Podemos presentar el valor actual de las cotizaciones como sigue:

$$\mathbf{VAC = TMC * SMC * TCI * (1+i_s)^{-ECC}}$$

[1] Luis Camacho, "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005).

Donde "is" es la tasa de interés real anual sobre salarios, puesto que se supone que tanto las cotizaciones como las jubilaciones se revalorizan en base al crecimiento de los salarios.

3.2 Valor actual de las prestaciones

El valor de las jubilaciones se obtiene de la siguiente expresión:

$$\mathbf{VAJ = TMJ * SMBJ * TR * (1+i_s)^{-ECJ}}$$

Por lo tanto, el valor de una jubilación al origen puede ser obtenido por el producto de un sueldo medio básico jubilatorio (**SMBJ**), calculado a partir de los sueldos de cotización, por la tasa de remplazo aplicable (**TR**) y por la cantidad de unidades de tiempo medias que se prevé que se cobrará la jubilación (**TMJ**), desde una perspectiva de la edad de inicio de cotización. El resultado anterior debe ser descontado por el factor de actualización en el que tienen especial incidencia la tasa de interés real sobre salarios y la edad central de jubilación (**ECJ**).

3.3 Tasa de aporte de equilibrio individual

El equilibrio financiero individual se da cuando se cumpla la igualdad de los valores actualizados de las cotizaciones y de la jubilaciones, por lo que debe en ese caso verificarse:

$$\mathbf{TMC * SMC * TCI * (1+i_s)^{-ECC} = TMJ * SMBJ * TR * (1+i_s)^{-ECJ}} \qquad \mathbf{(1)}$$

Como consideramos un sistema de prestaciones definidas, la variable de ajuste será la Tasa de Contribución, por lo que corresponde que despejemos TCI de la expresión anterior, resultando**:**

$$\mathbf{TCI = \frac{SMBJ * TR}{SMC} * \frac{TMJ}{TMC} * (1+i_s)^{(-PR)}} \qquad \mathbf{(2)}$$

Con **PR= ECJ- ECC**, que de aquí en adelante denominaremos como el período de recuperación. Si tenemos en cuenta que ECC es la edad teórica en que se podrían realizar todas las contribuciones y ECJ las edad teórica en que se podrían recibir todas las prestaciones, la diferencia es el período teórico que debería transcurrir entre la fecha teórica del pagos y la fecha en que se recibiría la prestación equivalente compensatoria.

Si apreciamos la fórmula anterior, podemos visualizar que la tasa de cotización de equilibrio depende de una relación económica entre el nivel de la jubilación promedio y el sueldo medio de actividad, una relación demográfica entre los años medios de jubilación y años medios de cotización y un factor financiero en el que inciden tanto la tasa de interés real sobre salarios considerada en el análisis así como la diferencia entre loa años medios de jubilación y los de cotización, que representa el período en el que se recuperarían en promedio los aportes.

Ejemplo

A efectos de visualizar más claramente los resultados anteriores, planteamos el ejemplo considerado en el análisis de referencia, en el cual consideramos, a los efectos de presentar en este análisis cuadros con un número pequeño de filas, sólo tramos decenales de edad, que nos permitirá visualizar los diferentes factores intervinientes en el cálculo de las cotizaciones .

Las características del caso a considerar son las siguientes:

La edad de inicio de la actividad es a los 20 años y la de retiro es a los 70. El sueldo mensual inicial es de 60.000, que crece anualmente por efecto de los ascensos y promociones (movilidad vertical) resultando los niveles que figuran en la columna II del cuadro 1.

La probabilidad de supervivencia, calculada a partir de la edad de 20 años, se muestra en la columna III del cuadro 1.

La tasa de interés real sobre la evolución salarial es del 20% decenal

Cuadro 1 - Computo de los Valores Actuales de Cotización

j	I edad	II Sueldo	III j / l_2	IV $(1.2)^{-j+2}$	V Producto I II*III*IV	VI Producto II II*III
2	20	60000	1	1	60000	60000
3	30	72000	0.9	0.8333	54000	64800
4	40	78000	0.8	0.6944	43333	62400
5	50	84000	0.7	0.5787	34028	58800
6	60	90000	0.6	0.4822	26042	54000
	SUMAS		4.0		217403	300000

En las últimas filas del cuadro se pueden visualizar los totales acumulados de las diferentes columnas, pero interesa en particular considerar los guarismos asociados las sumas de la columna III, V y VI, permiten calcular los valores de las variables más significativas.

En tal sentido podemos apreciar que con tales resultados podemos estimar:

- para el cálculo de la Edad Central de Cotización tengamos en cuenta que la igualdad (18) del Anexo se obtiene del cuadro anterior de la siguiente forma:

Suma Columna V = Suma Columna VI * $1/(1+0.20)^{ECC-2}$

Se cumple entonces:

$1/(1+0.20)^{ECC-2}$ = Suma Columna V / Suma Columna VI = 0.724675926.

Por lo tanto, **ECC** será igual a **3.766** que representa 37.66 años.

- para el cálculo del tiempo medio de cotización expresión (19) del Anexo, se obtiene del cuadro de la siguiente forma:

TMC = Suma Columna III = **4** décadas

- para el cálculo del Sueldo Medio de Cotización, expresión (20) del Anexo, se obtiene del cuadro calculando el siguiente cociente:

SMC = Suma Columna VI/ **TMC** = **75000**

Supongamos adicionalmente que el sueldo básico jubilatorio se obtiene promediando los sueldos de toda la vida laboral actualizados por la variación del índice general de salarios. Este índice también sirve para revalorizar las jubilaciones en curso de pago. Se asume además que la tasa de reemplazo a aplicar sobre el sueldo básico jubilatorio es del 60%.

En el cuadro 2 figuran las probabilidades de supervivencia para las edades en que se pueden percibir jubilaciones.

En el siguiente cuadro tenemos los datos más importantes para el cálculo del costo de la jubilación:

Cuadro 2 - Computo de los Valores Actuales de Jubilación

j	Edad I	l_j / l_2 II	$(1.2)^{-j+2}$ III	producto I II*III IV
7	70	0.5	0.40188	0.20
8	80	0.4	0.334 90	0.13
9	90	0.1	0.27908	0.03
	Sumas	1		0.36

En la segunda columna figuran las probabilidades de sobrevivencia, calculadas a partir de la edad de inicio de la actividad (23 años). En la tercera, los factores de actualización de los flujos de fondos a la edad de inicio de la actividad. La cuarta es el producto de las dos anteriores.

Podemos ahora hallar el valor de las siguientes expresiones:

- para el cálculo de la Edad Central de Jubilación tengamos en cuenta que la igualdad (21) del Anexo se obtiene del cuadro anterior de la siguiente forma:

$$\text{Suma Columna 4} = \text{Suma Columna 1} * 1/(1+0.20)^{ECC-2}$$

$$1/(1+0.2)^{ECJ-2} = \text{Suma Columna 4}/ \text{Suma Columna 1}$$

Por lo tanto, **ECJ** es igual a **7.56**, que significan 75.6 años.

- el Sueldo Medio Básico de Jubilación es igual al de Cotización por la forma de actualización de los salarios y pasividades y porque se promedian los sueldos de toda la vida laboral, por lo tanto:

SMBJ =SMC = 75000

-para el cálculo del tiempo medio de jubilación expresión (22) del Anexo, se obtiene del cuadro de la siguiente forma:

TMJ = Suma Columna II = **1 década**

Podemos plantear ahora la ecuación (2) de equilibrio individual para el ejemplo sujeto a análisis :

$$\mathbf{TCI} = \frac{75000 * 0.6}{75000} * \frac{1}{4} * 1.2^{-3.7947} = 0.075$$

Computando para este caso la tasa de reemplazo es del 60% referida precedentemente y teniendo en cuenta que PR = 3.7947 resultado de la diferencia entre ECJ y ECC.

El resultado final de la ecuación indica que la tasa de contribución de equilibrio el del 7.5% sobre los salarios de cotización.

Como la tasa de interés actuarial considerada es la decenal, la tasa de interés equivalente anual implícita será igual a i_s = 1.84% anual.

4. TASAS DE CONTRIBUCIONES DE UN MIEMBRO DE UNA COHORTE HOMOGÉNEA PARA UN SISTEMA DE REPARTO

Planteamos a continuación los principales resultados de un análisis previo[2] sobre la tasa de rentabilidad implícita en un sistema de reparto. Una de las expresiones más significativas que se desarrollan para la tasa de contribuciones **(TCR)** de un sistema de reparto es la siguiente:

$$\mathbf{TCR} = \frac{TMJ * SMBJ * TR}{TMC * SMC} * (1+c(ECC,ECJ))^{(-1)} \qquad \mathbf{(3)}$$

Donde c(ECC,ECJ) es la tasa de crecimiento acumulativo de las altas entre las Edades centrales de cotización y jubilación.

Si en lugar de considerar la tasa de crecimiento acumulado en el período comprendido entre la Edad Central de Cotización y de Jubilación, c(ECC,ECJ), calculamos la tasa anual de crecimiento « c » promedio de las altas que en el

[2] Luis Camacho: “Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 10. (Enero-Marzo 2006).

período (ECC, ECJ), proporcione un crecimiento acumulado total similar, de debe cumplir que:

$$(1+c)^{(ECJ-ECC)} = (1+c(ECC,ECJ))$$

Por lo tanto, la expresión final para la tasa de contribución de equilibrio anual para un sistema reparto de las características que hemos definido será la siguiente :

$$TCR = \frac{TMJ}{TMC} * \frac{SMBJ.TR}{SMC} * (1+i_R)^{(-PRR)} \qquad (4)$$

Con PRR= ECJ- ECC, que denominamos período de recuperación para el sistema de reparto. Además en la expresión sustituímo “c” por iR para indicar que nos referimos a la tasa de interés asociada a los afiliados al sistema de reparto.

Analizando las expresiones anteriores para **TCR** con la de equilibrio individual **TCI** podemos establecer que coinciden todos sus factores excepto el último, no obstante se demuestra en el análisis referido[3] que la persona para la cual se evalúa el equilibrio financiero individual es un afiliado al régimen de reparto, con la particularidad de que la tasa de interés implícita es a la vez la que se debe considerar en el equilibrio global del sistema.

Como se ha establecido precedentemente, existen dos tipos de equilibrios financieros que están ligados, el del régimen de reparto y el asociado a un afiliado tipo integrante de ese régimen. Sin embargo, los instantes donde se visualizan esos equilibrios son diferentes, por lo que es de interés especificar cuando se verifican ambos equilibrios:

- El equilibrio financiero individual de aportes y prestaciones esperadas de un afiliado se evalúa para los integrantes de la cohorte con más próximo ingreso a la actividad.

- En cuanto al equilibrio financiero del sistema de reparto, el año en el que se presenta el equilibrio del sistema es aquel donde esa cohorte es la más vieja.

Vemos que existe una equivalencia entre las tasas de contribuciones y de interés del régimen de reparto futuro con las asociadas a la próxima cohorte de afiliados. Por lo tanto de ahora en más consideraremos exclusivamente la expresión para el equilibrio individual.

Ejemplo:

A los efectos de visualizar más claramente lo expuesto, consideremos el ejemplo anterior con el agregado de que estamos analizando un sistema de reparto, con una tasa de crecimiento promedio del 5% decenal del número de altas de cotizantes.

[3] Opt cit. 2

Operando de idéntica forma que para el caso del equilibrio individual pero sustituyendo en los cuadros 1 y 2, la tasa de interés real sobre salarios del 20% por la de crecimiento de las altas de cotizantes del 5%, obtenemos los siguientes resultados:

$$\mathbf{TCR} = \frac{75000 * 0.6}{75000} * \frac{1}{4} * 1.05^{-3.696} = 0.1252$$

Donde el período de recuperación de 3.696 décadas, surge de la diferencia de la Edad Central de Jubilación (7.589) y la Edad Central de Cotización (3.893), calculada para este caso.

El resultado final indica que en el equilibrio financiero de largo plazo considerando una tasa de interés actuarial del 5%, la tasa de aporte deberá igual al 12.52%.

Como la tasa de interés actuarial considerada es la decenal, la tasa de interés equivalente anual implícita será igual a iR = 0.489% anual

5. TASAS DE CONTRIBUCIONES DE UN MIEMBRO DE UNA COHORTE HOMOGÉNEA PARA UN SISTEMA DE CAPITALIZACION COMPLETA

El análisis anterior respecto a la equivalencia entre los equilibrios individuales y globales de integrantes del sistema de reparto, puede ser ampliado para el caso de un sistema de capitalización completa de un régimen de financiación colectiva. En especial si se tiene en cuenta que partiendo desde un año inicial en el que nos encontramos con un sistema de capitalización completa, para que ella se mantenga, necesariamente se deberían verificar equilibrios financieros asociados a los nuevos afiliados.
Siguiendo un análisis previo[4] , cuando consideramos un régimen de capitalización completa la tasa de rentabilidad asociada a la inversión de los fondos disponibles, es de fundamental importancia ya que los intereses constituyen una importante fuente de financiamiento. Desde un punto de vista financiero, el valor futuro de ingresos y egresos futuros, ante un régimen de capitalización completa y de financiación colectiva, debería ser planteado respectivamente de la siguiente forma:

$$\mathbf{TCC} = \frac{TMJ}{TMC} * \frac{SMBJ\ .TR}{SMC} * (1+ i_C)^{(-PRC)} \qquad (5)$$

$$\text{Con} \quad 1+i_c = (1+i_R) * (1+i_s)$$

La diferencia sustancial está dada por el último factor, en el que figura la tasa de interés de las colocaciones del capital del sistema.

---

[4] Luis Camacho. "La tasa de interés técnico actuarial asociada a un sistema de capitalización completa con prima única". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.14 .Enero-marzo 2007

Como se puede apreciar, depende de la tasa de expansión del sistema de financiación colectiva y de la tasa de interés real sobre salarios a la cual se puede invertir el capital.

Se destaca que otra diferencia en las expresiones de **TCC** y **TCR**, aún cuando de menor importancia, está dada en las Edades Centrales de Cotización y de Jubilación y por ende en los Períodos de Recuperación, ya que para su cálculo , en ambos casos su valor se obtiene a partir de formulaciones levemente diferentes.

Ejemplo:

Seguimos con el el ejemplo anterior pero computando una tasa interés técnico actuarial decenal del 26% que surge de la siguiente expresión:

(1.05)*(1.20) –1 = 0.26

La nueva tasa acumula los crecimientos demográficos y financieros considerados en las dos situaciones anteriores.

En este caso, llegamos a los siguientes resultados:

$$\mathbf{TCC} = \frac{75000 * 0.6}{75000} * \frac{1}{4} * 1.26^{-3.83} = 0.0619$$

Con un período de recuperación de 3.83 décadas, que surge de la diferencia de la Edad Central de Jubilación (7.551) y la Edad Central de Cotización (3.721).

Por lo tanto, la tasa de equilibrio individual de una nueva cohorte integrante del régimen de capitalización completa, para obtener el 60% de tasa de reemplazo sobre el sueldo medio básico, sería del 6.19%.

Como la tasa de interés actuarial considerada es la decenal, la tasa de interés equivalente anual implícita será igual a iC = 2.34% anual.

6. DIFERENTES GRADOS DE CAPITALIZACION PARCIAL.

Podemos definir el grado de capitalización parcial visualizándolo según consideremos al sistema abierto, ó considerando exclusivamente a las generaciones actuales.

6.1) El grado de capitalización de una colectividad abierta de riesgos

Partiendo de la hipótesis de la duración ilimitada del régimen, se acepta como grupo único de riesgo al conjunto de personas aseguradas y beneficiarias de prestaciones en el momento de la observación (llamada “generación inicial”) y de todas las nuevas generaciones futuras de asegurados grupo, en el que se debe llevar a cabo la ecuación de equivalencia la cual puede ser planteada como:

$$RMAt = \sum_{K=t}^{K=\infty} (JTAk - CTAk)\, v^{k-1} \qquad \textbf{(6)}$$

Donde RMAt es la reserva matemática en t , JTAk y CTAk son las prestaciones y cotizaciones totales del año K, incluyendo a las generaciones actuales y futuras, puesto que consideramos la colectividad abierta de riesgos..

Además v = 1/(1+is) , , la tasa "is" es una tasa de interés real en términos de salarios.

Cabe puntualizar que si la Reserva Real (RR) (nivel efectivo del fondo en t) es menor que la que surge de la ecuación de equivalencia, el régimen presenta en sentido estricto un déficit actuarial, en caso contrario tendrá un superávit actuarial.

Supongamos ahora que el nivel efectivo del fondo acumulado del sistema es igual a RRt que supondremos menor o igual a RMAt, por lo que el cociente:

$$GCAt = RRt/ RMAt \quad <= 1 \qquad \textbf{(7)}$$

Al resultado del cociente que denotamos por GCAt, lo podemos definir como grado de capitalización del sistema abierto. Cuando GCAt está comprendido entre 0 y 1 decimos que estamos ante un sistema de capitalización parcial.

6.2) El grado de capitalización para el sistema cerrado.

A los efectos de evaluar una posible reforma para el futuro, resulta de interés conocer la situación en cuanto a los derechos adquiridos y los compromisos contraídos efectivamente al presente en relación a quienes se han integrado al sistema con anterioridad. En tal caso podemos plantear la relación de equivalencia para el caso de "caja cerrada", por el cual no se computan los aportes y prestaciones asociadas a las nuevas generaciones.

La ecuación de equivalencia puede ser planteada en términos generales como sigue:

$$RMCt = \sum_{K=t}^{K=\infty} (JTCk - CTCk)\, v^{k-1} \qquad \textbf{(8)}$$

Donde RMCt es la reserva matemática en t, JTCk y CTCk son las prestaciones y cotizaciones totales del año K, excluyendo a las generaciones futuras.

Definimos ahora el grado de capitalización para el caso de "caja cerrada" por el siguiente cociente:
GCCt = RRt /RMCt

Donde GCCt es el nivel del grado de capitalización del sistema cerrado, a diferencia de GCAt que era el grado de capitalización del sistema abierto.

En un sistema de capitalización GCCt también está comprendido entre 0 y 1, aún cuando puede tener un nivel diferente al correspondiente grado(GCAt) del sistema abierto.

7. DEFINICION DE LA TASA INTERES TECNICO DE CORTE PARA INTEGRANTES DE UN REGIMEN DE CAPITALIZACION PARCIAL

Para un sistema de capitalización parcial se pueden dar todos los tipos de relaciones posibles entre GCAt y GCCt, que dependen de las especificidades del sistema.

Sin embargo, podemos afirmar que si el grado de captitalización para el sistema cerrado es menor que para el abierto, en el largo plazo, cuando las generaciones actuales tengan poca incidencia en el financiamiento total, el sistema abierto se capitalizará a consecuencia de la mejora en los niveles de capitalización de las nuevas generaciones.

Por otra parte, cuando el grado de capitalización del régimen cerrado sea mayor que el del abierto, los desequilibrios financiero-actuariales asociados a las nuevas generaciones serían mayores.

En este caso se cumpliría la siguiente relación:

$$GCA_t < GCC_t < 1$$

Que a su vez implica que:

$$RMA_t < RMC_t$$

Por lo que la reserva matemática del sistema cerrado es superior a la del sistema abierto.

En ese caso, es posible encarar una reforma con ajustes en la tasa de cotización y/o de reemplazo con el objetivo de que en el largo plazo el sistema no deteriore su nivel de capitalización.

Esta reforma podría tener por objeto igualar para el futuro el grado de capitalización del sistema cerrado con el del sistema abierto en un instante futuro del tiempo.

Para que ello ocurra podemos definir una tasa de interés actuarial que utilizada para la obtención del equilibrio financiero de los ingresos y egresos asociados a las nuevas generaciones. Resulta evidente que concomitantemente se debe fijar una nueva tasa de contribuciones para las nuevas generaciones de ese régimen de capitalización parcial.

La reforma se basará entonces en que se ajusten las tasas de aportación de forma que permitan el equilibrio actuarial de los aportes y prestaciones asociadas a cada una de la futuras generaciones utilizando en los factores de actualización a la tasa de interés actuarial de corte.

Esta tasa de corte permitirá que en el largo plazo el grado de capitalización del sistema abierto sea igual al grado de capitalización del sistema cerrado actual. Por lo tanto se debe cumplir que, aplicando la tasa de interés de corte se cumple la siguiente relación:

$$\mathbf{GCA}_{t+n} = \mathbf{GCC}_t \qquad \textbf{(9)}$$

Donde n representa la cantidad de años que deben transcurrir para que los miembros de la nueva cohorte a partir de t, sean los más antiguos en el sistema.

La denominación de tasa de interés de corte proviene del hecho de que si para el equilibrio financiero de las cohortes futuras se utiliza una tasa de interés actuarial menor la tasa de contribuciones de equilibrios deberá ser superior a la asociada a la tasa de corte, por lo que el sistema aumentará el nivel de capitalización. Por el contrario, si se utiliza una tasa superior el sistema bajará su grado de capitalización.

Corresponde destacar que los sistemas de reparto tienen grados de capitalización nulos y además cuando consideramos el sistema abierto, el resultado operativo anual es también nulo.

Por otra parte, en los sistemas de capitalización, el grado de capitalización tanto del sistema abierto como en uno cerrado es igual a uno, como consecuencia de que las nuevas generaciones entran al sistema con equilibrio financiero ya que el valor actual neto de aportes y prestaciones se nulo.

8. DESARROLLO DE LAS FORMULAS PARA EL CALCULO DE LA TASA INTERES TECNICO DE CORTE

Previamente, corresponde destacar que los sistemas de reparto tienen asociados grados de capitalización nulos tanto si consideramos el sistema abierto como el cerrado por cuanto el equilibrio financiero es anual.

Por otra parte, los sistemas de capitalización en ambos casos el grado de capitalización al cien por ciento, como consecuencia de que las nuevas generaciones entran a al sistema con equilibrio financiero por lo que las reservas reales cubren exactamente las obligaciones futuras de las generaciones actuales.

Ambas consideraciones son importantes por cuanto el planteo general se basa en considerar para las nuevas generaciones un sistema combinado de capitalización completa con uno de reparto, en los términos que analizamos a continuación.

8.1 Planteo General

Para el desarrollo de las fórmulas asociadas a un sistema de capitalización parcial partimos de una idea simple que consiste en suponer que la nueva cohorte de cotizantes si bien es homogénea en cuanto a ingresos y mortalidad, no lo es en cuanto al sistema al cual se integraría. En ese sentido suponemos que unos formarían parte de un régimen de capitalización completa y los restantes de uno de reparto. En qué proporción? En idénticas proporciones a las que está referida el grado o nivel de capitalización.

En tal sentido podríamos suponer que de la cohorte se integrarían a un régimen de capitalización el GCC_t % de los integrantes mientras que $(1-GCC_t)$% lo harían en un régimen de reparto. La propiedad fundamental es que para ambos sistemas se mantendrían invariables los tiempos de jubilación y cotización, así como el sueldo medio básico jubilatorio y de cotización, así como la tasa de remplazo.
Si suponemos además que para ambos sistemas extremos rigen respectivamente las tasas TCC y TCR cuyas expresiones fueron planteadas precedentemente, si se desea mantener el grado de capitalización futuro, es preciso entonces que se cumpla la relación:

$$\mathbf{TCP = TCC * GCC_t + TCR * (1-GCC_t)} \qquad \mathbf{(10)}$$

Por lo tanto, lo expuesto precedentemente en cuanto a que la cohorte se divide en dos subcohortes que se integrarían en dos sistemas, resulta desde un punto de vista financiero equivalente a que la cohorte completa se integre a un sistema con una tasa de contribución equivalente a TCP.

Si visualizamos el sistema reformado en el largo plazo, particularmente a partir del año en que la generación próxima pase por todo el período de cotización y el de percepción de las prestaciones, podemos apreciar que nos encontraremos con un sistema abierto que estaría compuesto por dos subsistemas: uno de capitalización completa y otro de reparto con una importancia relativa dada por el grado de capitalización del sistema cerrado. Por lo tanto, en el largo plazo el nivel de reservas reales puede ser expresado como un promedio ponderado de las reservas efectivas de los sistemas abiertos de capitalización y reparto, que en teoría hemos definido previamente. La expresión válida para determinar tal nivel real de reservas sería la siguiente:

$$RR_{t+n} = GCC_t * RMA_{t+n} + (1-GCC_t) * 0 \qquad \mathbf{(11)}$$

El Segundo sumando se justifica a consecuencia de que para los sistemas abiertos los regímenes de reparto tienen asociadas niveles de reserva nula

Si de la expresión anterior despejamos GCAt, llegamos a que se cumple:

$$GCC_t = RR_{t+n} / RMA_{t+n} \qquad \mathbf{(12)}$$

El segundo miembro por (7) es igual al grado de capitalización del sistema abierto en t+n, por lo que se verifica:

$$GCC_t = GCA_{t+n}$$

Que es igual a la igualdad (9), por lo que la tasa de interés actuarial asociada a TCP en el equilibrio financiero de las nuevas cohortes es la tasa de corte.

Teniendo el resultado anterior, pasemos si consideramos los segundos miembros de las expresiones de **TCR (4)** y **TCC (5)**, se puede demostrar fácilmente que se cumple la siguiente relación:

$$TCP = \frac{\underline{SMBJ * TR * TMJ}}{SMC * TMC} * [GCCt*(1+i_C)^{-PRC} + (1-GCCt)* (1+i_R)^{-PRR}] \quad (13)$$

En consecuencia la tasa de interés técnico que sería aplicable a una nueva cohorte de un sistema de capitalización parcial con GC de grado de capitalización surgiría de la siguiente expresión:

$$(1+i_P)^{-PRP} = GCCt*(1+i_C)^{-PRC} + (1-GCCt)* (1+i_R)^{-PRR} \qquad (14)$$

donde PRP, PRC y PRR son los períodos de recuperación de los sistemas de capitalización parcial, capitalización total y de reparto respectivamente.

8.2 Utilización de un Algoritmo para el cálculo de la tasa de corte

La expresión general anterior presenta cierto grado de complejidad como consecuencia de que para hallar la tasa de interés (ip) es preciso que concomitantemente se determine el período de recuperación del sistema (PRP).

Previamente calculemos el valor K, que surge de la siguiente expresión:

$$K = GCCt*(1+i_C)^{-PRC} + (1-GCCt)* (1+i_R)^{-PRR} \qquad (15)$$

Para determinar el valor concreto de la ambas variables planteamos a continuación las siguientes dos ecuaciones.

1) La primera se basa en la siguiente relación:

$$(1+i_p)^{-PRP} = K \quad \blacktriangleright \quad \underline{PRP = LOG(1/K) \ /LOG((1+ip)}$$

2) La segunda parte de la siguiente relación:

$$\underline{PRP = ECJ - ECC}$$

Con ECC y ECJ cumpliendo respectivamente con las relaciones (18) y (20) del Anexo.

Como la resolución de las ecuaciones anteriores presenta cierto grado de complejidad, utilizaremos un algoritmo que nos permita a partir de un valor arbitrario para la tasa de interés de corte, mediante un proceso iterativo acercarnos paulatinamente a la solución verdadera tanto para la tasa de interés asociada al sistema de capitalización parcial (ip) como para el perído de recuperación (PRP).

El algoritmo a aplicar tienen las siguientes etapas que se deben cumplir en forma ordenada.

- **Etapa Inicial** : Asignar un valor arbitrario a la tasas de interés ip, equivalente al promedio ponderado de las otras dos tasas de interés disponibles, de la siguiente manera:

$$i^{(0)}_P = GC * i_C + (1-GC) * i_R.$$

- **Etapa de Calculo de** **$PRP^{(n)}_1$ = LOG(1/K) /LOG((1+ip)**

  - el primer cálculo de PRP se realiza a partir del valor inicial $i^{(0)}_P$.

  - los cálculos sucesivos de PRP_1 se realizan a partir del $i^{(n)}_p$ fijado en la etapa siguiente que no fueron aceptados en la etapa de sondeo.

- **Etapa de Calculo de** **$PRP^{(n)}_2$ = ECJP – ECCP**

En todos los casos se debe hallar previamente las edades centrales correspondientes
(ECJ y ECC) en las que se deben cumplir las relaciones básicas que figuran en el Anexo.

- **Etapa de Sondeo**.

  - Si el valor de $PRP^{(n)}_1$ no difiere de $PRP^{(n)}_2$ en un porcentaje predefinido ε

$$PRP^{(n)}_2 \ (1 - \varepsilon) <= PRP^{(n)}_1 <= PRP^{(n)}_2 \ (1 + \varepsilon)$$

  En este caso se pasa a la etapa final.

  - Si la diferencia PRP(n)1 supera los valores extremos, pasamos a la etapa de nuevo cálculo de i_P

- **Etapa de Calculo de i_P.**

A partir del valor de $PRP^{(n)}_2$ hallado en la etapa anterior recalculamos en la primer ecuación el nuevo valor del $i^{(n)}_p$:

$$\mathbf{i^{(n)}_p = e^{(\,LOG(1/K)/PRP(n)2)} - 1}$$

Pasamos luego a la etapa de cálculo de un nuevo **$PRP^{(n)}_1$.**

- **Etapa Final**

La tasa de corte es la última calculada en el algoritmo, por lo que

$$\mathbf{i_p = i^{(n)}_p}$$

Se puede demostrar la convergencia del algoritmo por lo cual siempre se llegará a una solución para la tasa de interés de corte.

La aplicación del algoritmo implica conocer la evolución anual de ingresos y egresos asociados a cada cohorte así como las edades centrales de cotización y de jubilaciones de los sistemas de reparto y de capitalización. Además presenta cierto grado de complejidad la etapa de cálculo provisorio del período de recuperación del sistema de reparto, aún cuando con el desarrollo actual de los sistemas informáticos los resultados se pueden obtener rápidamente luego de realizar un número pequeño de iteraciones.

Ejemplo de aplicación del Algoritmo:

A partir del caso que hemos estado considerando en los ejemplos anteriores y suponiendo que el sistema de capitalización parcial tiene un grado de capitalización del 40%, aplicaremos el algoritmo definido anteriormente para hallar la tasa de corte.

Por lo tanto se cumple:

$$\mathbf{K = 0.4*(1.26)^{-3.83} + 0.6*(1.05)^{-3.696} = 0.66605}$$

Supongamos que el desvío entre $PPR^{(n)}_1$ Y $PPR^{(n)}_2$ no puede superar al 1%.

<u>Etapa Inicial</u>

Calculo inicial de la tasa : $i^{(0)}_P = 0.4 * 0.26 + 06 * .05 = 0.134$
$PRP^{(0)}_1$ = 3.2317
$PRP^{(0)}_2$ = 3.7533
Sondeo: $PRP^{(0)}_1 < PRP^{(0)}_2\ (1 - 0.01)$ se para a una nueva etapa

<u>Etapa 1</u>

Calculo de nueva tasa: **$i^{(1)}_p = 0.11436$**

$PRP^{(1)}_1$ = 3.7533
$PRP^{(1)}_2$ = 3.7404
Sondeo: $PRP^{(1)}_2\ (1 - 0.01) <= PRP^{(1)}_1 <= PRP^{(1)}_2\ (1 + 0.01)$
se pasa a etapa final

<u>Etapa Final</u>: i_p = 0.11436 decenal

Equivale a una tasa de interés de corte anual igual al **1.0886%**.

8.3 Formulaciones simples para la tasa interés de corte

A los efectos de obviar la aplicación del algoritmo anteriormente planteado, realizaremos algunas simplificaciones que nos permitirán encontrar una tasa de interés de corte aproximada de una forma más simple.

a) Cálculo del período de recuperación del régimen de capitalización parcial como promedio ponderado de los períodos de recuperación de los sistemas de reparto y de capitalización total.

A tal efecto computamos como ponderadores el grado de capitalización del sistema y su complemento, por lo que podemos plantear la siguiente expresión:

$$PRP = GCCt * PRC + (1 - GCCt) * PRR$$

De esta forma no necesitamos utilizar el algoritmo para hallar el valor de ip, puesto que tenemos ahora estimado el período de recuperación PRP.

En tal sentido basta con tener en cuenta las expresiones (14) y (15), podemos despejar realizando simples operaciones algebraicas directamente el valor de ip, puesto que debe cumplir en este caso la siguiente relación.

$$\mathbf{i_p = e^{(\,LOG(1/K)/PRP} -1} \qquad \mathbf{(16)}$$

Ejemplo:

Si aplicamos la fórmula (16) al ejemplo que estamos considerando, podemos obtener los siguientes resultados:

$$\mathbf{K= 0.4*(1.26)^{-3.83}+ 0.6 *(1.05)^{-3.696} = 0.66605}$$

$$\mathbf{PRP = 0.4* 3.83 +0.6*3.696 = \quad 3.7497}$$

$$i_p = e^{(LOG(1/0.6605)/3.7497)} \mathbf{- 1 = 0.11447}$$

cuya tasa de interés anual equivalente sería el 1.0897%.

Se puede apreciar la poca diferencia existente entre el resultado final obtenido aplicando el algoritmo con la obtenida aplicando la simplificación en relación al período de recuperación asociado al sistema de capitalización parcial. En tal sentido podemos apreciar que las tasas anuales aplicando ambos procedimientos difieren en menos del no por mil.

b) Cálculo de la tasa directamente a partir de las tasas de interés de los sistemas de capitalización completa y de reparto.

No obstante, si bien la formulación anterior tiene un planteo conceptual muy sencillo, desde el punto de vista práctico, para hallar la tasa de interés de corte es preciso hallar previamente los períodos de recuperación tanto para el sistemas de capitalización y de reparto, lo cual en ciertos casos resulta complejo.

Para obviar esta dificultad, haremos un planteo de carácter general que si bien simplifica el cálculo de la tasa de corte, puede presentar cierto nivel de desvío en relación al nivel que se puede determinar aplicando el algoritmo anteriormente definido.

La idea se basa en que en la tasa de interés de corte, se deberían contemplar dos circunstancias:

- la primera que los intereses reales que se asocien a los aportes de un nuevo miembro tipo de una cohorte en un sistema de capitalización parcial, deberían ser inferiores a los que se obtendrían en el caso de financiación completa en la proporción dada por el grado de capitalización.

- la segunda que se debe contemplar el interés técnico complementario asociado al crecimiento demográfico, en la proporción fijada para los miembros de la cohorte que fictamente se integrarían a un sistema de reparto, proporción dada por el grado de descapitalización (complemento del grado de capitalización.)

Con el planteo siguiente estaríamos expresando a la tasa de interés de corte en base a ambas consideraciones:

$$\mathbf{i_P = (i_C - i_R)^* \, GC + i_R \, ^*(1-GC) \quad para \quad GC<=0.5}$$

Esta expresión es válida para niveles de capitalización bajos (GC<=0.5), por cuanto la tasa de interés real sobre salarios tienen menor preponderancia en relación a la de crecimiento demográfico.

No obstante, para sistemas con niveles de capitalización altos (GC=>0.5), resulta más conveniente utilizar sólo la tasa de interés del sistema de capitalización completa de la la siguiente forma:

$$\mathbf{i_P = i_C \, ^* \, GC \quad para \quad GC> = 0.5}$$

Podemos plantear una formulación de carácter general que sea válida para ambos casos bajo la siguiente expresión:

$$\mathbf{i_P = i_C ^* \, GC + i_R \, ^* \, Máximo(1 - 2^*GC \, ; 0)} \qquad \mathbf{(17)}$$

donde $\mathbf{i_P}$, $\mathbf{i_C}$ y $\mathbf{i_R}$ son las tasas de interés de corte, de interés de del sistema de capitalización completa y de interés del sistema de reparto respectivamente.

Con la expresión anterior se contemplan tanto los resultados de las inversión efectiva de las reservas reales, como los que se obtendrían por efecto del crecimiento demográfico del sistema de financiación colectiva. Los ponderadores se justifican a consecuencia de que el objetivo es que en el futuro en el sistema abierto se mantenga idéntico grado de capitalización que el del actual sistema cerrado.

Los errores de estimación que se pueden presentar porque en la expresión (13), está implícito el supuesto de que en el la unidad de tiempo las tasas operarían en forma lineal y no exponencial tal cual ocurre en sentido estricto con las tasas de interés compuesto. Tampoco se contemplarían en forma exacta las diferencias existente entre los períodos de recuperación entre los tres sistemas.

Ejemplo

Aplicaremos a continuación las fórmulas anteriores al caso práctico sujeto a análisis, considerando que la tasa de interés real sobre salarios es del 20% decenal y de crecimiento promedio decenal de las altas es del 5%. Como el grado de capitalización del ejemplo es del 40%, podemos plantear la siguiente igualdad:

$$\mathbf{i_P = (0.26-.05)^*0.4+ \; 0.05^*0.6 = 0.114}$$

cuya tasa de interés anual equivalente sería el 1.085%.

Se puede apreciar la poca diferencia existente entre el resultado final obtenido aplicando el algoritmo con la obtenida aplicando la simplificación planteada en este punto aún cuando es mayor que para el caso anterior, no es de gran significación. En ese sentido el error cometido en este caso en las tasas anuales es menor al tres por mil.
La gran ventaja de esta forma de cálculo es su sencillez, puesto que para su cálculo bastaría con conocer las tasas de interés real sobre salarios proyectadas para el cálculo de las reservas, la tasa de crecimiento demográfico del sistema y el grado de capitalización.

9. CONCLUSIONES

Cuando el grado de capitalización del régimen cerrado es mayor que el asociado al sistema abierto, los desequilibrios financiero-actuariales asociados a las nuevas generaciones pueden ser crecientes En ese caso, es posible encarar una reforma con ajustes en la tasa de cotización y/o de reemplazo con el objetivo de que en el largo plazo el sistema no deteriore su nivel de capitalización.

Este ajuste permite igualar en el largo plazo el grado de capitalización del sistema del sistema cerrado con el correspondiente al sistema abierto. Para ello es necesario definir una tasa de interés actuarial que se aplique en la ecuación de equilibrio financiero de los ingresos y egresos asociados a las nuevas generaciones.

Esta tasa interés de corte permitirá que en el largo plazo se mantenga el grado de capitalización en el sistema abierto. La denominación dada a la tasa proviene del hecho de que el cómputo de tasas mayores o menores generaran cambios en los grados de capitalización disminuyendo o aumentando los grados de capitalización. En ese sentido podemos apreciar que si para el equilibrio financiero de las cohortes futuras se utiliza una tasa de interés actuarial menor a la de corte, el sistema aumentará el nivel de capitalización. Por el contrario, si se utiliza una tasa superior el sistema bajará su grado de capitalización.

Para el desarrollo de las fórmulas asociadas a un sistema de este tipo partimos de una idea simple que consiste en considerar para las nuevas generaciones, un sistema que puede ser visualizado como una combinación de un sistema de capitalización completa y de uno de reparto.

Para ello se supuso que las nuevas cohortes de cotizantes si bien son homogéneas en cuanto a ingresos y mortalidad, no lo son en cuanto al sistema al cual se integran, puesto que se supone que algunos lo harían a un régimen de capitalización completa y otro restantes a uno de reparto, en idénticas proporciones a las que se refiere del grado o nivel de capitalización del sistema cerrado.

Por lo tanto, en el largo plazo podemos visualizar el sistema reformado como la integración de dos subsistemas cuyos resultados para el régimen abierto serían: el primero de capitalización completa con un grado de capitalización igual a uno y el segundo de reparto con un nivel de reservas matemáticas nulo. Por lo tanto, el grado de capitalización consolidado se mantendría igual al del sistema cerrado actual.

Bajo los supuestos generales, la nueva tasa promedio de cotización sería igual al promedio ponderado de las tasas de capitalización y de reparto. Si bien la formulación resultante tiene un planteo conceptual muy sencillo, desde el punto de vista práctico, para hallar la tasa de interés de corte es preciso hallar previamente los períodos de recuperación no sólo para los sistemas de capitalización y de reparto sino que además se debe computar el período del propio sistema de capitalización parcial, lo que resulta más complejo.

Por ello, se plantearon formas aproximadas para el cálculo de la tasa de corte, la más simple es la que se calcula a partir de la composición de las tasas asociadas a los resultados de las inversiones de las reservas reales y a las asociadas al crecimiento demográfico del sistema ponderadas en un caso por el grado de capitalización y en el otro por su complemento.

Corresponde realizar una consideración de carácter general en relación a la importancia de la utilización práctica de la tasa de interés de corte para un sistema de capitalización parcial. Como se ha dicho la misma sirve para estimar una tasa de aportación que debería regir para las nuevas generaciones, si se desea mantener el grado de capitalización vigente para las actuales generaciones de cotizantes y jubilados. Además ante la imposibilidad práctica de cambios en los niveles de contribuciones de aportes, el conocimiento de la tasa de corte permite estimar los cambios que se podrían realizar en los niveles de las prestaciones futuras.

Por otra parte, si se desea aumentar el grado de capitalización del sistema, será necesario aprobar tasas de contribuciones superiores y/o tasas de reemplazos menores para las futuras generaciones, puesto que de esta forma se generarán reservas efectivas crecientes. Actuar en sentido contrario, implicará que el régimen se descapitalice y por ende se acerque en el futuro aun sistema de reparto.

Se destaca que los cambios que puedan aplicarse a partir de las nuevas generaciones tendrán efecto pleno en el muy largo plazo, por cuanto para ello deberá pasar por el sistema por lo menos una generación completa.

Por último cabe precisar que si bien el conocimiento de la tasa de corte es de importancia para las reformas paramétricas de los regímenes de capitalización parcial, no se contrapone con la utilización de los métodos de valuación tradicionales, en especial a la proyecciones financieras de largo plazo, simplemente es complementario por cuanto estas permiten además visualizar la evolución anual de los movimientos financieros del fondo previsional y de sus reservas efectivas en todo el horizonte de análisis.

ANEXO

VARIABLES QUE INCIDEN EN EL EQUILIBRIO FINANCIERO INDIVIDUAL

1) Edad Central de Cotización (ECC)

Podemos considerar el caso hipotético de que todas esas Contribuciones Esperadas por edad se puedan pagar conjuntamente a una edad intermedia entre "ei" y "er-1" que denominamos Edad Central de Cotización (ECC), de tal forma que desde el punto de vista financiero fuese equivalente a la operación real de pagos periódicos y sucesivos hasta la edad de retiro.

En esta situación, el valor de las contribuciones totales a obtener es el siguiente:

$$\mathbf{VAC} = \left[\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} CE_j \right] * (1+i_s)^{(ei-ECC)} \qquad \mathbf{(18)}$$

Donde:

- CE_j =Cotización Esperada a la edad j = Sj * TCI * lj / l ei
- Sj = Sueldo de Cotización a la edad j
- lj / l ei = Probabilidad de Sobrevivencia a la edad j, partiendo de la edad de inicio ei
- is = Tasa de interés real sobre salarios
- er= Edad de retiro

2) Tiempo Medio de Cotización (TMC)

Definimos al Tiempo Medio de Cotización, como la suma de las probabilidades de supervivencia durante el período de actividad de tal forma que:

$$\mathbf{TMC} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} l_j \,/\, l_{ei} \qquad \mathbf{(19)}$$

3) Sueldo Medio de Cotización (SMC)

En lugar de trabajar con sueldos anuales diferentes para cada edad , es posible considerar en el análisis un sueldo promedio por unidad de tiempo, constante para todos los períodos de cotización esperados. Ello es posible si definimos el Sueldo Medio de Cotización como sigue:

$$\mathbf{SMC} = \frac{\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} CE_j}{TMC} \qquad \mathbf{(20)}$$

Es de destacar que la suma de cotizaciones esperadas de todo el período se divide entre el Tiempo Medio de Cotización por lo que el sueldo medio resultante está referido a cada una de las unidades de tiempo que integran dicho tiempo medio.

4) Valor Actual de las Cotizaciones

Se ha demostrado que el valor actualizado de las cotizaciones totales a la edad de inicio de la actividad, como:

$$\mathbf{VAC = TMC * SMC * TCI * (1+i_s)^{(ei-ECC)}}$$

Como síntesis podemos establecer que los aportes totales pueden ser calculados aplicando la tasa de contribuciones (TCI), a la masa salarial total de cotizantes, que a su vez puede ser estimada multiplicando el sueldo promedio de cotización (SMC) por la cantidad de unidades de tiempo de cotización esperada (TMC). Su valoración a la edad de inicio de la cotización se realiza aplicando la edad central de cotización (ECC).

5) Edad Central de Jubilación (ECJ)

Al igual que para las contribuciones, podemos plantearnos una situación hipotética en que la totalidad de las jubilaciones se paguen en un instante en la vida de la persona, que denominamos Edad Central de Jubilación que tenga idéntico efecto financiero que el cobro periódico de las mismas tal cual es el régimen real. En ese caso, el valor actualizado de las jubilaciones tendría la siguiente expresión:

$$\mathbf{VAJ = \left[\sum_{j=e_r}^{j=e_f} JR\,j * lj/lei \right] * (1+i_s)^{(ei-ECJ)}} \qquad \mathbf{(21)}$$

donde JRj es el nivel de la jubilación al año j

6) Tiempo Medio de Jubilación (TMJ)

De acuerdo al análisis efectuado respecto al Tiempo Medio de Cotización, podemos plantear al Tiempo Medio de Jubilación como :

$$\mathbf{TMJ = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} (lj / lei)} \qquad \mathbf{(22)}$$

Resulta de suma importancia tener presente que el Tiempo Medio de Jubilación (TMJ) no representa la esperanza de vida a la edad de retiro donde se visualizan los años restantes esperados a partir de haber obtenido una jubilación, o lo que en este caso es lo mismo que haber llegado con vida a la edad "er".

7) Sueldo Medio Básico Jubilatorio (SMBJ)

En lugar de considerar sueldos básicos jubilatorios cambiantes por edad, por efecto de las revalorizaciones periódicas que producen, podemos considerar un sueldo básico jubilatorio de nivel promedio por unidad de tiempo.

$$\mathbf{SMBJ} = \frac{\sum_{j=e_r}^{j=e_f} \mathbf{JRj \ * \ lj/lei}}{\mathbf{TR * TMJ}} \qquad \mathbf{(23)}$$

donde TR es la tasa de remplazo.

8) Valor Actual de las Jubilaciones

En base a las definiciones y análisis precedentes, podemos expresar el valor actualizado de las jubilaciones a la edad cero, como:

$$\mathbf{VAJ \quad = \quad TMJ * SMBJ * TR * (1+i_s)^{ei\ -ECJ}}$$

Por lo tanto el valor actualizado de las prestaciones jubilatorias es igual a la actualización desde la edad central de jubilación del producto del Tiempo Medio de Jubilación (TMJ) por el Sueldo medio básico jubilación (SMBJ) y la tasa de remplazo(TR).