

CLASIFICACION DE LOS SISTEMAS DE FINANCIACION COLECTIVA SEGÚN EL GRADO DE CAPITALIZACION

Análisis de las tasas de interés
específicas asociadas

Cr. Luis Camacho

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE FINANCIACIÓN COLECTIVA SEGÚN EL GRADO DE CAPITALIZACIÓN

Análisis de las tasas de interés específicas asociadas

INTRODUCCION

Por sistemas de financiamiento se entenderán los métodos seguidos para la realización y conservación del equilibrio financiero, incluidos los utilizados para determinar los medios financieros, particularmente las primas o tasas de cotización que se necesitarán a ese fin. De manera más concreta, se podría decir que por un sistema de financiamiento determinado se entiende un método que asocia los ingresos por cotizaciones futuras probables con los gastos futuros probables, de tal modo que la ecuación de equivalencias se lleva a cabo dentro de la comunidad de riesgo básico.

Se deberán plantear en primer lugar dos postulados principales:

- i) la ecuación de equivalencia debe ser satisfecha dentro de una comunidad de riesgo determinado.
- ii) La caja abierta es tomada como base como comunidad de riesgo. Si por razones prácticas, el número de generaciones es limitado frecuentemente en los cálculos, esto sólo cambia un poco la adopción del principio de la hipótesis de la caja abierta.

Junto con los dos postulados principales, otros dos son determinantes durante la fijación de las tasas de cotización:

- iii) La constancia en el tiempo de las tasas de cotización durante períodos de tiempo determinados –que serán denominados períodos de cobertura- y que pueden comprender cada uno un año o un número dado de años, por ejemplo 5 ó 10, incluso más, o aún en el caso límite toda la duración del régimen admitido como ilimitado.
- iv) La uniformidad de las tasas de cotización para todo tipo de cotizante.

Por lo tanto, en la clasificación clásica de los sistemas, la longitud de los períodos de cobertura y el criterio para determinar el total de la reserva al final de un período. En principio, todos los sistemas de financiamiento posibles se dejan reducir al denominador común constituido por los sistemas de los períodos de cobertura.

Si en teoría este planteo permite una clasificación simple de los sistemas, en la práctica la mayoría de los regímenes públicos de amplia cobertura no han adecuado los parámetros luego de pasados los períodos de cobertura determinados a priori en el diseño del régimen, por lo que se han desvirtuado las características sus principales desde el punto de vista financiero.

En vista de ello, se plantea a continuación una clasificación adicional que se basa en los grados de capitalización del sistema más que en los períodos de cobertura tradicionales.

El objetivo del presente estudio es desarrollar los aspectos sustantivos asociados a los regímenes en especial la forma de cálculo del grado de capitalización y las tasas de interés actuarial que se les puede asociar.

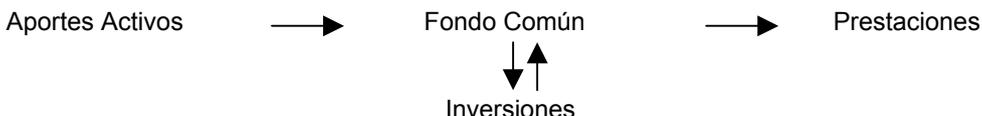
GENERALIDADES DE LO SISTEMAS COLECTIVOS DE FINANCIAMIENTO

Los seguros de jubilaciones y pensiones sociales obligatorios funcionan en los grupos de riesgo llamados “abiertos” y de duración ilimitada.

Existen diferentes cohortes no homogéneas que participan del sistema ya sea como activos o como pasivos. En un instante encontramos:

- 1) Cotizantes activos que realizan sus aportes a un Fondo Común.
- 2) Beneficiarios actuales que pueden ser de diversas generaciones ya que como las prestaciones son de largo plazo a medida que se generan bajas de actividad, los actuales cotizantes pasan a engrosar el stock de beneficiarios actuales, que a su vez proceden de generaciones anteriores.

El sistema Opera como se ve en gráfico:



Sus recursos son los aportes y el producido de las inversiones que se integran a un FONDO común que no es propiedad de ninguna persona sino del colectivo amparado. Con los recursos del fondo es que se pagan las prestaciones.

En el sistema existen por lo tanto dos categorías de participantes diferentes los cotizantes y los beneficiarios.

Cuando más grande es el fondo más chica es la dependencia de una generación con otra. Pero el vínculo se hace más fuerte a medida que disminuye, y es total cuando el nivel del fondo es nulo, puesto que los beneficiarios cobran directamente de los recursos de ese momento.

El vínculo intergeneracional siempre existe, por lo que podemos afirmar que los cotizantes actuales realizan sus aportes con la esperanza de que en el futuro los cotizantes de generaciones siguientes les paguen sus prestaciones.

Dijimos además, que cada cohorte no es homogénea por lo que sus integrantes se diferencian, por varios conceptos pero en especial por sus ingresos. Esta diferencia y la existencia de un fondo común llevan a que en los sistemas de financiación colectiva se pueden presentar redistribuciones de ingresos entre miembros de una misma generación a través de prestaciones mínimas y máximas y/o aportes diferenciados.

ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA DEL REGIMEN

Se puede plantear la ecuación de equivalencia general del sistema bajo el siguiente esquema:

$$\text{Medios Disponibles + Valor Presente de los} = \text{Valor Presente de las}$$
$$\text{RESERVA} \quad \text{Aportes futuros} \quad \text{Prestaciones Futuras}$$

Sólo tiene sentido si se refiere a un grupo de riesgo, es decir a una población bien definida de asegurados y beneficiarios de prestaciones. En el caso de los sistemas de financiación individual, se trata principalmente del grupo de riesgo "cerrado" de una generación de personas que ingresan al mismo tiempo y a la misma edad al seguro y que permanecen hasta la eliminación como asegurados activos o beneficiarios de prestaciones.

Partiendo de la hipótesis de la duración ilimitada del régimen, se acepta como grupo único de riesgo al conjunto de personas aseguradas y beneficiarias de prestaciones en el momento de la observación (llamada "generación inicial") y de todas las nuevas generaciones futuras de asegurados grupo en el que se debe llevar a cabo la ecuación de equivalencia. Es en este sentido que se habla de caja "abierta" por oposición a la caja "cerrada" definida anteriormente.

La ecuación de equivalencia puede ser planteada en términos generales como sigue:

$$RMA_t = \sum_{K=t}^{K=\infty} (J_{tK} - C_{tK}) v^{k-1} \quad (1)$$

Donde RMA_t es la reserva matemática en t , J_{tK} y C_{tK} son las prestaciones y cotizaciones totales del año K , incluyendo a las generaciones actuales y futuras.

Además $v = 1/(1+i)$, donde "i" es la tasa de rentabilidad que se puede obtener por lo la colocación de los fondos acumulados. Como además suponemos que tanto las contribuciones como las prestaciones anuales varían de la misma forma que los salarios generales, y como tanto J_t como C_t se expresan en términos de salarios constantes al inicio del año t , la tasa "i" es una tasa de interés real en términos de salarios.

Cabe puntualizar que si la Reserva Real (RR) (nivel efectivo del fondo en t) es menor que la que surge de la ecuación de equivalencia, el régimen presenta, en sentido estricto, un déficit actuarial, en caso contrario tendrá un superávit actuarial.

EL GRADO DE CAPITALIZACIÓN DE UNA COLECTIVIDAD ABIERTA DE RIESGOS

Supongamos ahora que el nivel efectivo del fondo acumulado del sistema es igual a RR_t que supondremos menor o igual a RMA_t , por lo que el cociente:

$$GCA_t = RR_t / RMA_t \leq 1$$

Al resultado del cociente que denotamos por GCA_t , lo podemos definir como grado de capitalización del sistema abierto.

A continuación analizaremos los tres tipos de sistemas que se pueden presentar considerando su grado de capitalización.

SUPUESTOS BASICOS DEL ANALISIS

Los modelos que se analizan a continuación representan una simplificación de realidad sujeta a estudio, por lo que resulta imprescindible destacar las hipótesis más significativas bajo las cuales fueron desarrollados.

A los efectos de simplificar la exposición podemos establecer:

- Se supone una única edad para el inicio de la actividad y una edad única de inicio de la jubilación.
- Existe una movilidad salarial variable por edad, pero que permanece invariable en el horizonte de análisis.
- No existen mejoras de la mortalidad, por lo que tasas respectivas por edad se suponen invariables en el horizonte de análisis.
- Se excluyen del análisis las contribuciones y prestaciones asociadas a los riesgos de invalidez y muerte.
- Se supone que todos los nuevos cotizantes forman una cohorte homogénea por lo que se les asocia idéntico salario de ingreso y evolución salarial futura.
- Se computan ingresos y egresos anuales¹.

Supondremos además que analizamos en un régimen jubilatorio en el que los estados son relativamente estacionarios y que la salida del sistema sólo se producen por muerte.

EI GRADO DE CAPITALIZACIÓN Y LA TASA DE INTERÉS IMPLÍCITA DE LOS SISTEMAS DE REPARTO

Por definición en un sistema de reparto el equilibrio financiero se debe verificar anualmente, por lo que los ingresos (CT_k) deben ser iguales a los egresos (JT_k) de cada año. Se debe cumplir entonces que:

$$JT_k = CT_k \text{ para todo } k \quad (2)$$

En consecuencia RMA_t será nulo, puesto que cada sumando de (1) será nulo por (2) independientemente de la tasa de rentabilidad considerada para la inversión de fondos.

En este caso por lo general RR_t es nulo o es un valor positivo de poca significación, por lo que podemos definir adicionalmente que, los sistemas de reparto;

$$GCA_t = 0 \quad (3)$$

En la práctica, los sistemas de reparto financiados exclusivamente por contribuciones patronales y personales asociadas a los salarios de los afiliados, operan con niveles de reservas reales de poca significación a los efectos de que no sea necesario modificar anualmente las tasas de aporte. Las reservas en este caso son utilizadas para amortiguar los efectos del dinamismo de los sistemas previsionales.

¹ En sentido estricto, la unidad de tiempo debe ser el mes puesto que tanto las cotizaciones como las jubilaciones se efectivizan por lo general en forma mensual. Para realizar el análisis con este tipo de unidad de tiempo es necesario disponer de una tabla de mortalidad con apertura mensual. Para realizar tal apertura se puede consultar "Algoritmo para la apertura mensual de la tabla de Mortalidad – Luis Camacho – Comentarios de Seguridad Social – Mayo de 2005". En caso de realizar el análisis más simplificado donde los intervalos de tiempo sean anuales, es necesario acumular los pagos y cobros mensuales a principio cada año.

Un caso distinto se presenta cuando existen contribuciones adicionales del Estado, en cuyo caso, muchas veces, se transforman en la variables de ajuste del sistema por lo cual el nivel de reservas reales es prácticamente nulo. Este es el caso uruguayo en el cual la asistencia financiera es la que compensa mensualmente déficits operativos mensuales.

En última instancia si bien, en los sistemas de reparto, la tasa de rentabilidad no tiene significación a los efectos del cálculo de la reserva matemática, ésta tiene importancia a los efectos de los equilibrios financieros que se puedan presentar relacionados con los aportes y prestaciones de las diversas cohortes participantes en el sistema. A tal efectos plantearemos a continuación dos situaciones posibles:

1. Sistema sin expansión demográfica.

Se supone entonces que el número de cotizantes y jubilados por edad permanece invariable en el tiempo por lo que se verifican las igualdades del siguiente cuadro:

Donde las “C” representan las cotizaciones de los miembros de una cohorte desde la edad de inicio de la actividad (e_i) hasta la edad previa al retiro (e_{r-1}) y la “J” las jubilaciones percibidas por los miembros de una cohorte hasta la edad final (e_f) de la tabla de mortalidad considerada.

**CUADRO 1
COTIZACIONES Y JUBILACIONES ANUALES**

		Año					
		t	t+1	t+2	..	t+ef-ei-1	t+ef-ei
E d a d	e_i	Ce_i	Ce_i	Ce_i		Ce_i	Ce_i
	e_{i+1}	Ce_{i+1}	Ce_{i+1}	Ce_{i+1}		Ce_{i+1}	Ce_{i+1}
	e_{i+2}	Ce_{i+2}	Ce_{i+2}	Ce_{i+2}		Ce_{i+2}	Ce_{i+2}
	.						
	e_{r-1}	Ce_{r-1}	Ce_{r-1}	Ce_{r-1}		Ce_{r-1}	Ce_{r-1}
	e_r	$(-Je_r)$	$(-Je_r)$	$(-Je_r)$		$(-Je_r)$	$(-Je_r)$
	e_{r+1}	$(-Je_{r+1})$	$(-Je_{r+1})$	$(-Je_{r+1})$		$(-Je_{r+1})$	$(-Je_{r+1})$
	.						
	e_{f-1}	$(-J_{ef-1})$	$(-J_{ef-1})$	$(-J_{ef-1})$		$(-J_{ef-1})$	$(-J_{ef-1})$
	e_f	$(-J_{ef})$	$(-J_{ef})$	$(-J_{ef})$		$(-J_{ef})$	$(-J_{ef})$
suma	0	0	0	..	0	0	

En las columnas se pueden apreciar los ingresos y egresos por edad de un año particular. Se aprecia que las columnas asociadas a los diversos años son idénticas a consecuencia de que se supone que el número de altas anuales es constante y no existen mejoras en las tasas de mortalidad en todo el horizonte de análisis. Los aportes y prestaciones por edad no cambian además porque los valores están expresados en términos de salarios constantes tomando como base en nivel salarial del año t.

En la última fila, se presenta el resultado neto de sustraer a las cotizaciones las prestaciones pagadas en ese año. En todos los casos ese resultado es nulo a consecuencia de que estamos ante un régimen de reparto.

Los valores de cada elemento de una fila son iguales, a consecuencia de que consideramos un sistema con un nivel constantes de cotizantes y jubilados.

Podemos visualizar los aportes y prestaciones asociados a una cohorte en las diagonales. A vía de ejemplo, para la cohorte que inicia su actividad en t , los ingresos y egresos de los años subsiguientes pueden ser apreciados en las casillas en "negrita".

Podemos plantear entonces que el equilibrio financiero correspondiente se obtendría de la siguiente expresión:

$$\sum_{h=e_i}^{h=e_{r-1}} C_h / (1+i)^{h-e_i} - \sum_{h=e_r}^{h=e_f} J_h / (1+i)^{h-e_i} = 0 \quad (4)$$

En este caso la igualdad se cumple para $i=0$, por lo que la rentabilidad implícita en la serie de ingresos y egresos de la cohorte es nula.

Este resultado es válido para las restantes cohortes.

2. Sistema con una tasa de crecimiento demográfico de $c\%$.

Como estamos considerando el caso de estados relativamente estacionarios, se cumple que para cada año los cotizantes y los jubilados de todas las edades crecen a la tasa común del $c\%$ respecto al año anterior.

A esta variación la denominamos tasa de expansión demográfica del sistema, la cual afecta de igual manera a todas las variables físicas tanto a nivel global como por edad simple.

Por lo tanto, si denotamos a las cotizaciones del año h , para la edad k por $C_{k,h}$, se cumple:

$$C_{k,h} = C_{k,h-1} * (1+c) = C_{k,h-2} * (1+c)^2 = \dots = C_k * (1+c)^{h-t}$$

Con C_k igual a las cotizaciones para miembros de una cohorte de edad k en el año t .

Igual desarrollo se puede realizar para las jubilaciones por edad.

De esta forma podemos presentar el siguiente cuadro que muestra las diferentes cotizaciones por edad y año para este caso:

**CUADRO 2
COTIZACIONES Y JUBILACIONES ANUALES**

Año

		t	t+1	t+2	..	t+ef-ei-1	t+ef-ei
E d a d	e _i	C_{e_i}	C _{e_i} *(1+c)	C _{e_i} *(1+c) ²		C _{e_i} *(1+c) ^{ef-ei-1}	C _{e_i} *(1+c) ^{ef-ei}
	e _{i+1}	C _{e_{i+1}}	C_{e_{i+1}}*(1+c)	C _{e_{i+1}} *(1+c) ²		C _{e_{i+1}} *(1+c) ^{ef-ei-1}	C _{e_{i+1}} *(1+c) ^{ef-ei}
	e _{i+2}	C _{e_{i+2}}	C _{e_{i+2}} *(1+c)	C_{e_{i+2}}*(1+c)²		C _{e_{i+2}} *(1+c) ^{ef-ei-1}	C _{e_{i+2}} *(1+c) ^{ef-ei}
	.						
	e _{r-1}	C _{e_{r-1}}	C _{e_{r-1}} *(1+c)	C _{e_{r-1}} *(1+c) ²		C _{e_{r-1}} *(1+c) ^{ef-ei-1}	C _{e_{r-1}} *(1+c) ^{ef-ei}
	e _r	(-J _r)	(-J _r)*(1+c)	(-J _r)*(1+c) ²		(-J _r)*(1+c) ^{ef-ei-1}	(-J _r)*(1+c) ^{ef-ei}
	e _{r+1}	(-J _{r+1})	(-J _{r+1})*(1+c)	(-J _{r+1})*(1+c) ²		(-J _{r+1})*(1+c) ^{ef-ei-1}	(-J _{r+1})*(1+c) ^{ef-ei}
	.						
	e _{r-1}	(-J _{e_{r-1}})	(-J _{e_{r-1}})*(1+c)	(-J _{e_{r-1}})*(1+c) ²		(-J_{e_{r-1}})*(1+c)^{ef-ei-1}	(-J _{e_{r-1}})*(1+c) ^{ef-ei}
	e _r	(-J _{e_r})	(-J _{e_r})*(1+c)	(-J _{e_r})*(1+c) ²		(-J _{e_r})*(1+c) ^{ef-ei-1}	(-J_{e_r})*(1+c)^{ef-ei}
suma	0	0	0	..	0	0	

Al igual que en el caso anterior las cotizaciones y jubilaciones asociadas a una cohorte específica la podemos visualizar en las diagonales del cuadro. A vía de ejemplo podemos apreciar en negrita los movimientos financieros asociados a la cohorte que inicia su actividad en el año t.

Por lo tanto para que exista equilibrio financiero entre los aportes y jubilaciones de esa cohorte se debería cumplir:

$$\sum_{h=e_i}^{h=e_{r-1}} C_{h^*}(1+c)^{h-e_i} / (1+i)^{h-e_i} - \sum_{h=r}^{h=e_r} J_{h^*}(1+c)^{h-e_i} / (1+i)^{h-e_i} = 0 \quad (5)$$

Teniendo en cuenta la igualdad expresada en (4), la única opción para que (5) se cumpla es que se verifique:

$$1 + i = 1 + c \quad (6)$$

Por lo tanto, la tasa de rentabilidad anual asociada al régimen de reparto es su tasa de expansión. Similar resultado fue obtenido en un estudio reciente² respecto a un régimen de reparto con mayor grado de generalización ya que el sistema puede no estar con estados relativamente estacionarios.

En el estudio referido, se dedujeron una serie de variables básicas que inciden algunas de ellas en los ingresos y otras en los egresos, como los tiempos medios de cotización y de jubilación, que representan las unidades de tiempo en que un nuevo afiliado puede esperar que en promedio deba cotizar y tenga derecho a recibir jubilación.

Asimismo, se incorporan al análisis las edades centrales de cotización y de jubilación, que tienen un significado específicamente financiero pero que son muy importantes para la desagregación de los componentes que explican tanto a los ingresos como a los

² Luis Camacho: "Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10.

egresos. Tales edades representan los instantes de tiempo en el que podrían unificarse todas las cotizaciones mensuales y prestaciones en un solo cobro (en Edad Central de Cotización) o pago (en Edad Central de Jubilación) con idéntico resultado que el de la operación corriente de movimientos financieros periódicos.

Estas definiciones han permitido inferir que el nivel total de las cotizaciones al sistema de reparto puede ser calculado a partir del producto de las edades medias de cotización, del número altas a la edad central de cotización, del sueldo medio de cotización por edad y de la tasa de contribución.

Asimismo, la nueva formulación de las jubilaciones totales permite además visualizar su dependencia del Sueldo Medio Básico Jubilatorio, el número de altas asociados a la Edad Central de Jubilación, la Tasa de Remplazo y al Tiempo Medio de Jubilación.

En el equilibrio financiero del sistema, es decir cuando los ingresos anuales se equiparan a los egresos, podemos considerar la existencia de dos tipos de relaciones básicas.

- Por un lado la relación demográfica que mide la relación promedio entre el número de cotizantes y el de jubilados.

- Por otro la relación económica que está representada por el cociente entre la jubilación promedio y el sueldo promedio de actividad.

Las relaciones indicadas precedentemente son las tradicionales que inciden en un régimen de reparto. La particularidad de que tanto el número de jubilados como el de cotizantes han sido desagregados por dos componentes que definen respectivamente el tiempo medio de jubilación y de cotización así como el nivel de las altas de nuevos afiliados asociadas tanto a los cotizantes que actualmente tienen la edad central de cotización como a los que tienen una edad equivalente a la central de jubilación. Esta desagregación es la que permite visualizar la tasa de interés implícita en un régimen de reparto.

En tal sentido, del análisis de ambas relaciones se ha concluido que la tasa de interés real sobre salarios que está implícita en el equilibrio de un sistema de reparto es igual a la tasa de crecimiento anual promedio del número de altas del sistema en el período de recuperación.

A partir de la aplicación de un proceso simple especificado en el análisis referido, se realizó una estimación de la tasa de interés futura asociada al régimen de reparto del sistema estatal uruguayo, cuyo resultado revela el bajo nivel de la tasa de interés asociada al régimen, a consecuencia del bajo crecimiento demográfico esperado en el largo plazo.

EI GRADO DE CAPITALIZACIÓN Y LA TASA DE INTERES IMPLICITA DE LOS SISTEMAS DE CAPITALIZACIÓN COMPLETA

Los sistemas de capitalización completa son aquellos donde las prestaciones de cada cohorte está financiado por sus las aportaciones que se efectúan en la etapa activa. Por lo tanto, si el sistema tuviera su inicio en el instante t , el valor actualizado neto de las prestaciones y las cotizaciones debería ser nulo, luego de aplicar los factores de descuentos financieros basados en la tasa de rentabilidad propia del sistema .

Sin embargo, en un sistema en marcha, existen siempre cohortes que ya hayan realizado contribuciones y en consecuencia se encuentre en una etapa intermedia del ciclo de vida ya sea activo como pasivo, por lo que es necesario disponer de una reserva a consecuencia de los aportes realizados en especial en vista a las obligaciones futuras asociadas.

Sin embargo, como el sistema está completamente financiado, el grado de capitalización asociado debe ser igual a uno; porque se debe cumplir que:

$$GCA_t = RR_t / RMA_t = 1 \quad (7)$$

En este caso la tasa de rentabilidad tiene importancia a los efectos del cálculo de la reserva matemática y particularmente a los efectos de los equilibrios financieros que se puedan presentar relacionados con los aportes y prestaciones de las diversas cohortes participantes en el sistema. Al igual que para el sistema de reparto plantearemos a continuación dos situaciones posibles realizando a través de la consideración de idénticos supuestos:

1. Sistema sin expansión demográfica.

Se supone entonces que el número de cotizantes y jubilados por edad permanece invariable a nivel de todas las edades en el tiempo. En este caso puede ser de utilidad visualizar el cuadro No.1, presentado anteriormente sin tener en cuenta la última fila, puesto que en este caso no se cumple la igualdad de ingresos y egresos anuales imputada para los sistemas de reparto.

Podemos visualizar los aportes y prestaciones asociados a una cohorte en las diagonales del cuadro. Consideremos a la cohorte que inicia su actividad en t , los ingresos y egresos asociados en los diversos años subsiguientes pueden ser apreciados en las casillas en "negrita", al igual que para el caso de reparto.

La ecuación de equilibrio financiero asociado a esa cohorte se obtendría de la siguiente expresión similar a la (4). Como las tasas de mortalidad son supuestas invariables, esa igualdad es válida para todas las cohortes sucesivas.

Por otra parte, si el número de miembros iniciales de esa cohorte es igual a " lei ", podemos plantear la ecuación de equilibrio individual de la siguiente forma:

$$\sum_{h=er-1}^{h=ef} Ch / (lei * (1+i)^{h-ei}) - \sum_{h=er}^{h=ef} Jh / (lei * (1+i)^{h-ei}) = 0 \quad (8)$$

Teniendo en cuenta el desarrollo y los principales resultados de un reciente estudio³, podemos concluir que se cumple:

$$i = i_s \quad (9)$$

³ Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

En otros términos, se puede afirmar que en caso de inexistencia de expansión demográfica, un sistema de capitalización completa tendría asociada una tasa de rentabilidad igual a la de un sistema de financiación individual.

2. Sistema con una tasa de crecimiento demográfico de c%.

Al igual que para el caso del sistema de reparto, se cumple que para cada año los cotizantes y los jubilados de una edad dada crecerán a esa tasa común del c%.

Al igual que en el caso anterior las cotizaciones y jubilaciones asociadas a una cohorte específica la podemos visualizar en las diagonales del cuadro No.2, del cual no se debe considerar la suma nula de sus columnas, condición sólo válida para los regímenes de reparto.

Visualizando el cuadro vemos que para que exista equilibrio financiero, entre los aportes y jubilaciones de esa cohorte se debería cumplir la condición (5). Además si planteamos la ecuación de equilibrio individual para la cohorte que inicia su actividad en t, debemos dividir tal expresión por "lei", resultando:

$$\sum_{h=er-1} Ch^*(1+c)^{h-ei}/(lei*(1+i)^{h-ei}) - \sum_{h=ef} Jh^*(1+c)^{h-ei}/(lei*(1+i)^{h-ei}) = 0 \quad (10)$$

Esta expresión es válida para todas las cohortes puesto que si bien los aportes y prestaciones crecen anualmente a la tasa c%, también el número de miembros de la correspondiente cohorte crece a la misma tasa. En consecuencia, la ecuación de equilibrio individual asociada un miembro tipo de cada cohorte será en todos los casos igual a la expresión planteada en (10).

Teniendo en cuenta que se cumple la igualdad (8), la única opción para que (10) se cumpla es que se verifique:

$$1+i = (1+c) * (1+i) \quad (11)$$

En consecuencia, la tasa de rentabilidad anual asociada al régimen de capitalización completa cuando existe expansión demográfica, es la composición de las tasas de interés real sobre salarios y la propia tasa de expansión, tal cual se plantea en (11). Un resultado similar fue obtenido en un estudio reciente⁴ respecto a un régimen de capitalización completa para un caso más general.

En el estudio referido se parte de la idea presentada en el análisis anterior respecto a la equivalencia entre los equilibrios individuales y globales de integrantes del sistema de reparto, puede ser ampliado para el caso de un sistema de capitalización completa de un régimen de financiación colectiva. En especial si se tiene en cuenta que partiendo desde un año inicial en el que nos encontramos con un sistema de capitalización completa, para que ella se mantenga, necesariamente se deberían verificar equilibrios asociados a los nuevos afiliados.

⁴ Luis Camacho. "La tasa de interés técnico actuarial asociada a un sistema de capitalización completa con prima única". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.14 .Enero-marzo 2007

En el análisis de referencia, se concluye que para el equilibrio financiero no sólo tienen importancia las tasas de crecimiento del número de cotizantes, sino que al estar el régimen completamente financiado, los factores de actualización deben estar compuesto además por la tasa de interés real al cual se pueden colocar los fondos del sistema.

Por otra parte, si consideramos que los sistemas de reparto y de capitalización completa tienen iguales niveles de prestaciones, las diferencias se pueden visualizar a través de las tasas de contribuciones asociadas a cada uno de ellos. En tal caso se concluye si los períodos de recuperación son similares basta que la tasa de interés real sobre salarios sea positiva para que las tasas de contribuciones de un régimen de capitalización completa sean menores. Siempre que consideremos sistemas de financiación colectiva con movilidades salariales y tasa de expansión similares.

EI GRADO DE CAPITALIZACIÓN DE LOS SISTEMAS DE CAPITALIZACIÓN PARCIAL

Hemos analizado el grado de capitalización para los sistemas de reparto y de capitalización completa que constituyen los dos casos extremos por cuanto el primero tiene asociado un grado de capitalización nulo y el segundo un grado de capitalización uno, que según lo supuesto inicialmente es el máximo nivel de este indicador.

Cuando estamos en presencia de un sistema cuyo grado de capitalización es inferior a uno pero mayor que cero, decimos que ese sistema es de capitalización parcial.

Capitalización parcial \longrightarrow $0 < GCA < 1$

Cabe puntualizar que como en este caso la Reserva Real (RR) (nivel efectivo del fondo en t) es menor que la que surge de la ecuación de equivalencia el régimen presenta en sentido estricto un déficit actuarial.

Este déficit teórico no obsta a un adecuado funcionamiento de los sistemas previsionales de capitalización parcial, inclusive se han puesto en práctica sistemas que en su origen tienen previstas primas escalonadas por lo cual obvian expresamente la capitalización completa y por ende el grado de capitalización inicial igual a uno. Es más, podemos afirmar que en la práctica son muy pocos los países en los que efectivamente sus sistemas de financiación colectiva sean de capitalización completa.

En América Latina, y siguiendo a Arroba⁵, se pueden distinguir claramente tres etapas en la evolución de los sistemas de los riesgos previsionales de largo plazo:

- La época del optimismo financiero, en el cual los países pretendieron aplicar el régimen de capitalización con prima media uniforme, y acumulación de reservas completas o casi completas.
- La época de la duda, o la esperanza frustrada, con el descenso de las reservas reales, y por ende se produjo un apartamiento de las normas actuariales clásicas, de manera que tales sistemas se transformaron en uno de capitalización parcial.

⁵ Gonzalo Arroba (1983). El financiamiento de los sistemas generales de pensiones en algunos países latinoamericanos bajo las actuales condiciones económicas. Serie Estudios de la Seguridad Social. AISS. No.47.

- La época del realismo, cuando se pasa directamente a un sistema de reparto, con capitales mínimos.

Algunos países adoptaron inicialmente un sistema de capitalización parcial con primas escalonadas. En tales casos, ha habido, por lo general, una marcada resistencia a prefijar los períodos y niveles de los diversos escalones, por lo que en la práctica se ha desvirtuado el sistema y sus ventajas parcialmente anuladas. Por lo tanto, estos sistemas tienden, con la baja del nivel de capitalización, a los sistemas de reparto.

La evolución que se ha presentado, obedece no sólo a una errónea administración de los regímenes, sino que la naturaleza dinámica de los regímenes jubilatorios permite inferir que los sistemas de financiamiento colectivo, basados en la capitalización total o parcial de los fondos de seguridad social, constituyen etapas transitorias hacia el sistema de reparto puro de gastos⁶

EL GRADO DE CAPITALIZACIÓN DEL SISTEMA CERRADO Y LA TASA DE INTERES DE CORTE ASOCIADA A UN SISTEMA DE CAPITALIZACION PARCIAL

El grado de capitalización parcial de un sistema abierto se calcula a partir de la consolidación de los niveles de reservas que surgen de computar la totalidad de ingresos y egresos futuros del sistema. Esta forma de valoración de las reservas no permite diferenciar las correspondientes a las generaciones pasadas de las asociadas futuras.

Puede ocurrir que el desequilibrio actuarial se deba a un desfinanciamiento pasado y/o a uno asociado a las generaciones futuras. A los efectos de evaluar una posible reforma para el futuro, resulta de interés conocer la situación en cuanto a los derechos adquiridos por el fondo y sus compromisos contraídos efectivamente al presente en relación a quienes ya se han integrado al sistema con anterioridad. De esta forma, al no existir derechos adquiridos, los futuros cotizantes pueden integrarse al sistema bajo condiciones diferentes, las cuales pueden ser valoradas a partir de la consideración de las Reservas Matemáticas del sistema Cerrado.

Una forma de visualizar el nivel del primer tipo de desfinanciamiento es plantear la ecuación de equivalencia considerando una prima media general para el caso de "caja cerrada", por lo que no incluimos en el análisis a las cotizaciones y prestaciones asociadas a los futuros cotizantes.

Si visualizamos el cuadro No.2, podemos apreciar que las reservas en el sistema cerrado, se obtendrían calculando el valor actual de los ingresos y egresos que figuran en los casilleros que están sobre la diagonal con valores en negrita y todos los ubicados en el triángulo inferior. En tal sentido si definimos a los valores de un casillero genérico del cuadro por a matriz $M(j,k)$, donde j es la fila y k es la columna de la matriz asociada, podemos expresar a la reserva como:

$$RM_{Ct} = \sum_{k=t}^{k=e_i+t-e_f} \sum_{j=e_f}^{j=e_i+t-k} [- M(j,k)v^{(k-t)}]$$

⁶ Peter Tullen (1986). "El financiamiento de las pensiones de la seguridad social: principios, problemas actuales y tendencias", en "La crisis de la seguridad social y la atención de salud", Lecturas No. 58. Fondo de Cultura Económica-México.

Donde RM_{Ct} es la reserva matemática en t necesaria para hacer equivalente los flujos futuros de ingresos y egresos esperados de las cohortes que estaban activas con anterioridad más las correspondientes prestaciones futuras asociadas a los actuales jubilados.

Definimos ahora el grado de capitalización para el caso de “caja cerrada” por el siguiente cociente:

$$GC_{Ct} = RR_t / RM_{Ct}$$

Donde GC_{Ct} es el nivel del grado de capitalización del sistema cerrado, a diferencia de GC_{At} que era el grado de capitalización del sistema abierto.

A continuación analizaremos sintéticamente la relación existente entre los dos grados de capitalización para los tres tipos de sistemas considerados:

1. Sistema de Reparto.

Para este sistema $RR_t = 0$, por lo que $GC_{Ct} = 0$, y como por definición $GC_{At} = 0$, el grado de capitalización no varía para el caso de caja cerrada.

La diferencia sustancial con el sistema abierto es que en este caso la Reserva Matemática (RM_{Ct}) es no nula (positiva), lo que indica la inviabilidad de un sistema cerrado de reparto financiado exclusivamente con contribuciones sobre la nómina. Esta afirmación puede ser apreciada en su real magnitud si consideramos que en las etapas finales de un sistema cerrado no habrían afiliados activos que cotizasen sino que se deberían hacer frente a las erogaciones resultantes de los jubilados finales. En tal caso, al no existir reservas reales, el régimen se entraría en cesación de pagos.

2. Sistema de Capitalización Completa.

Para este sistema las reservas matemáticas de un régimen abierto serían iguales a las de uno cerrado a consecuencia de que el valor actualizado neto de aportes y prestaciones de cada una de las cohortes futuras debe ser nulo a consecuencia de que por definición se debe cumplir para ellas el equilibrio financiero. Por lo tanto se cumple que :

$$GC_{At} = GC_{Ct}$$

Es decir que para sistemas de capitalización completa el grado de capitalización del sistema abierto es igual que al del régimen cerrado.

3. Sistema de Capitalización parcial.

En este caso no podemos establecer a priori una relación genérica entre los grados de capitalización por lo tanto es posible cualquiera de las relaciones que se plantean a continuación:

$$GC_{At} \geq GC_{Ct}$$

Por lo pronto, si el grado de capitalización para el sistema cerrado es menor que para el abierto, implica que para las nuevas generaciones el valor actualizado de sus aportes supera a las prestaciones, por lo que a la larga, el sistema abierto se capitalizará a consecuencia de que el déficit actuarial asociado a las generaciones actuales se licuará por los excedentes asociados a las nuevas.

El caso que presenta mayores riesgos, es cuando el grado de capitalización del régimen cerrado sea mayor que el del abierto, puesto que puede implicar que el desequilibrio financiero-actuarial sería mayor para las nuevas generaciones. En tales casos, es posible atenuarlo mediante una reforma que implique ajustes en la tasa de cotización y/o de reemplazo con el objetivo de que en el largo plazo el sistema no vea deteriorado su nivel de capitalización.

Llegados a este punto debemos tener presente que el grado de ajuste que sea necesario realizar en este último caso dependerá de múltiples factores, entre los cuales será la valoración que se realice respecto al grado de capitalización efectiva del sistema cerrado y el objetivo que se tenga en cuenta a los niveles esperados para el grado de capitalización del sistema abierto en el largo plazo. No es lo mismo partir de un sistema con niveles de capitalización casi nulo, muy cercanos al sistema de reparto que de uno con altos grados de capitalización.

El ajuste futuro de los niveles de las prestaciones y/o primas de aportes podrá hacerse en forma efectiva si se conoce en forma concreta las tasas de interés actuarial de corte asociadas al régimen, aspecto que será encarado en un análisis posterior. No obstante podemos definir a esta tasa de interés como la que permitirá reformar el sistema para las nuevas generaciones de tal forma que en el largo plazo el grado de capitalización para el sistema abierto llegue al mismo nivel actual del grado de capitalización del régimen cerrado.

Esta reforma se podrá hacer, dado un nivel dado de prestaciones, fijando tasas de aportación que permitan el equilibrio actuarial de las nuevas generaciones mediante la actualización de los flujos de fondos descontados a la tasa de interés actuarial de corte.

En un reciente análisis, se desarrolla la siguiente formulación simple para la tasa de corte⁷:

$$i_p = i_c * GCC + i_r * \text{Máximo}(1 - 2 * GCC ; 0)$$

donde i_p , i_c y i_r son las tasas de interés de corte, de interés de del sistema de capitalización completa y de interés del sistema de reparto respectivamente

Una vez que se halle el nivel de la tasa de aporte asociada a la tasa de interés de corte, estamos en condiciones de fijar la tasa efectiva a utilizar para la determinación de la nueva tasa de contribución. Si el objetivo es aumentar aún más el grado de capitalización del sistema abierto en el largo plazo la tasa a considerar deberá ser inferior a la de corte, puesto que en caso contrario se deberá trabajar con una tasa menor.

Vemos entonces que para fijar efectivamente el nivel de las tasas de contribuciones futuras es preciso conocer el grado de capitalización del sistema cerrado y el nivel buscado para el largo plazo del régimen abierto para un horizonte de largo plazo.

En cuando a Uruguay, podemos afirmar que los sistemas administrados por las Cajas Paraestatales (Bancaria, Profesional y Notarial) y los Fondos Complementarios de Seguridad Social de financiación colectiva y con aportes personales son sin excepción de capitalización parcial, con diferentes grados de capitalización no superiores al 50%.

⁷ Luis Camacho. "Un modelo heurístico para calcular de la tasa de interés técnico de corte asociada a un sistema de Capitalización Parcial". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.23 Abril-Junio 2009

El caso más característico lo constituye la Caja Bancaria, para la cual se preveía un nivel nulo de capitalización para los primeros meses de 2009 a consecuencia de sus déficits operativos crecientes. En el año 2008 se aprobó una reforma en la que se incorporaron nuevos afiliados activos provenientes del Banco de Previsión Social, se agregó una nueva fuente de financiamiento y se ajustaron algunos parámetros básicos del sistema. El grado de capitalización en el corto y mediano plazo crecerá, pero se plantean dudas respecto al largo plazo, en especial a consecuencia de que los nuevos afiliados entraron al sistema con iguales niveles de prestaciones con una tasa de aportación inferior.

COMPARACIÓN ENTRE LAS TASAS DE INTERÉS ASOCIADAS A LOS DIVERSOS SISTEMAS

Como se ha establecido, las tasas de interés asociadas a los tres tipos de sistemas considerados son las siguientes:

Reparto	—————>	$i_R = c$
Capitalización Completa	—————>	$i_C = (1 + c) * (1 + i_s) - 1$
Capitalización Parcial (corte)	—————>	$i_P = i_C * GCC + i_R * \text{Máximo}(1 - 2 * GCC ; 0)$

En principio, si bien resulta clara la relación entre las tres tasas, corresponde considerar los dos siguientes casos que difieren según el comportamiento esperados de las tasas de interés que se pueden obtener por las colocaciones de las reservas efectivas del sistema:

- 1) Cuando el nivel de las reservas totales del sistema no es significativo en relación a las magnitudes macroeconómicas del país en el que opera el sistema, es válido suponer que el nivel de la tasa "is" no varía con el grado de capitalización, por lo cual las formulaciones anteriores son las correctas.

En tal caso estamos ante sistemas no universales y con un nivel de cobertura parcial ó que el sistema cubre sólo a ciertos sectores específicos, como es el caso de las Cajas Bancarias, Notarial y Profesional del Uruguay.

Volviendo a las expresiones de las tasas de los tres tipos de sistemas, se puede apreciar claramente que se cumplen las siguientes relaciones:

$$i_R \leq i_P \leq i_C \quad (\text{con } i_s \geq 0)$$

Como existe una relación inversa respecto a las tasas de contribuciones en el equilibrio financiero, podemos afirmar entonces que el sistema de capitalización completa es quien, ante iguales niveles de prestaciones, logra el equilibrio financiero con menores tasas de contribución. Por lo tanto, el de mayores tasas de aporte de equilibrio sería el sistema de reparto.

La tasa de aporte asociada al sistema de capitalización parcial estará comprendida entre las de los otros dos sistemas. Se acercará más a la de reparto cuanto menor sea

su grado de capitalización, mientras que se alejará cuando el régimen tenga altos grados de capitalización.

- 2) Algunos de los resultados anteriores puede variar en forma significativa si se considera un sistema universal ó con un gran nivel de cobertura nacional en cuyo caso los niveles del fondo acumulado pueden tener un nivel significativo para el país donde opera el sistema.

En relación a los sistemas de capitalización completa, Burgeois- Pichat⁸, demostró que la puesta en práctica para Francia de un sistema universal de este tipo implicaría un nivel de reservas tal que sería igual al patrimonio nacional, lo que demostraba su inviabilidad práctica.

Sin dejar de lado los resultados del análisis referido, podemos realizar un planteo general que afecta inclusive a los regímenes con un alto grado de capitalización. En tal sentido supongamos que en estos casos la tasa de interés “ i_s ”, no es constante, sino que es función del grado de capitalización del sistema “ $i_s(\text{GCC})$ ”.

La evolución inicial de “ $i_s(\text{GCC})$ ” se puede ser creciente debido a las mejoras en la optimización del rendimiento de las inversiones por la ampliación de las opciones de inversiones institucionales. En el otro extremo, el importante aumento de los niveles de reservas a invertir, por efecto de la disminución en los rendimientos de las inversiones adicionales, puede verificarse una baja sostenida del rendimiento promedio global.

Cuando interesa visualizar el grado óptimo de capitalización, deberíamos en este caso comparar las dos siguientes expresiones:

Capitalización Completa

$$- i_c(1) = (1+c) \cdot (1+ i_s(1)) - 1$$

Optima tasa para Capitalización Parcial

$$- i_p(\text{GCC}_o) = \underset{\text{GCC}}{\text{Máx}} [i_c(\text{GCC}) \cdot \text{GCC} + i_r \cdot \text{Máximo}(1-2 \cdot \text{GCC} ; 0)] \quad \text{con } \text{GCC} < 1$$

Si $i_p(\text{GCC}_o) > i_c(1)$, el sistema con un grado de capitalización igual a GCC_o , en el equilibrio financiero, tiene asociadas tasas de contribuciones menores que las del sistemas de capitalización completa. Si la relación es inversa, el régimen de capitalización completa será mejor en términos de niveles de contribuciones.

Ejemplo:

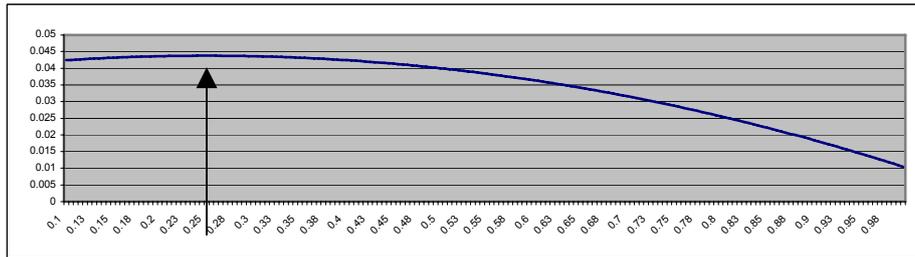
Supongamos que un sistema de financiación colectiva tienen asociadas tasas anuales de interés real sobre salarios esperadas en el largo plazo, dependientes del grado de capitalización de acuerdo a la siguiente formulación:

$$i_s(\text{GCC}) = -0.06 \cdot (\text{GCC})^2 + 0.03 \cdot (\text{GCC}) + 0.04$$

Cuya representación gráfica en función de GCC, se puede visualizar en el siguiente cuadro:

⁸ Burgeois-Pichat Jean (1978). Le Financement des Retraites par Capitalisation. Revista Population No.6.

Nivel de i_s según el grado de capitalización - $i_s(GCC)$



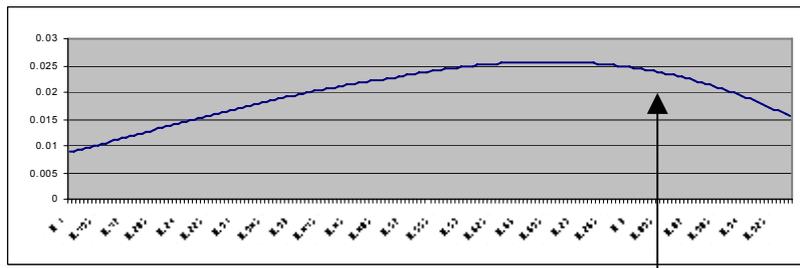
La tasa de interés asociada al sistema de reparto es igual al 0.5% anual.

Para hallar el nivel óptimo de la tasa de interés para un régimen de capitalización, debemos calcular los diversos valores de la expresión:

$$i_c(GCC) * GCC + i_R * \text{Máximo}(1-2*GCC ; 0)$$

Se puede apreciar que para $GCC=1$ la tasa de interés coincide con la del sistema de capitalización completa (i_c), para todo $GCC < 1$ estaremos ante las diversas posibilidades de capitalización parcial.

A partir de tales operaciones podemos representar su evolución en función de GCC, de la siguiente forma:



Se puede apreciar que la tasa de interés máxima para un sistema de capitalización parcial se obtiene para un grado de capitalización 69.5%, cuyo nivel es el siguiente:

$$i_p(0.695) = 2.57\%$$

Por otra parte, la tasa del sistema de capitalización completa será igual a:

$$i_c(1) = 1.505\%$$

Si tenemos en cuenta además, que la tasa de interés asociada al sistema de reparto es del 0.5%, un sistema de capitalización parcial con un grado de capitalización del 69.5% es el que permite, en el equilibrio financiero, menores tasas de contribución.

CONCLUSIONES

La ecuación de equivalencia general de un sistema de financiación colectiva tiene sentido si se refiere a un grupo de riesgo, es decir a una población bien definida de asegurados y beneficiarios de prestaciones.

Partiendo de la hipótesis de la duración ilimitada del régimen, se acepta como grupo de riesgo al conjunto de personas aseguradas y beneficiarias de prestaciones en el momento de la observación y de todas las nuevas generaciones futuras de asegurados grupo en el que se debe llevar a cabo la ecuación de equivalencia.

Las reservas matemáticas asociadas al momento de la observación representan el valor financiero-actuarial consolidado, a ese momento, de las obligaciones menos las cotizaciones futuras esperadas.

Al resultado del cociente entre el nivel de las reservas reales y las reservas matemáticas lo definimos como grado de capitalización del sistema. Este indicador, permitió clasificar a los sistemas de acuerdo a las siguientes categorías:

- **Sistemas de Reparto** donde el grado de capitalización es nulo. Además, la tasa de interés técnico asociada es idéntica a la tasa de expansión del sistema, ello indica que cuanto mayor es su crecimiento demográfico, mayor son las posibilidades de mejorar el nivel de prestaciones futuras que pueden financiarse a través de este régimen.
- **Sistemas de Capitalización Completa** cuyo grado de capitalización es igual a la unidad. En este caso la tasa de interés actuarial que se le puede asociar no sólo se integra por las tasas de rentabilidad de las inversiones sino que además se deben acumular las tasas de expansión demográfica. Este aspecto indica que este sistema sea el que permita, a partir de una tasa de contribución dada, mayores niveles de prestaciones que el sistema de reparto. Como contrapartida, se ha cuestionado su inviabilidad práctica para sistemas públicos y universales.
- **Sistemas de Capitalización Parcial** que tienen grados de capitalización intermedios. Cabe puntualizar que como en este caso la Reserva Real es menor que la que surge de la ecuación de equivalencia que el régimen presenta, por lo que en sentido estricto implica un déficit actuarial. Ello no obsta a un adecuado funcionamiento de estos sistemas previsionales, inclusive se han puesto en práctica sistemas que en su origen tienen previstas primas escalonadas por lo cual obvian expresamente la capitalización completa y por ende el grado de capitalización inicial es igual a uno.

Por otra parte, el grado de capitalización parcial calculado sobre un sistema abierto no permite diferenciar los desequilibrios de las generaciones pasadas con los asociados futuras. Por ello y a los efectos de evaluar posibles reformas del sistema sin que afecten a las generaciones con derechos adquiridos, resulta de interés conocer el nivel de las reservas matemáticas del sistema cerrado.

De esta forma estamos en condiciones de comparar los resultados asociados a las generaciones pasadas y la incidencia de las generaciones futuras en el nivel de las reservas matemáticas totales. De esta evaluación podrá surgir la necesidad de una reforma del sistema que implique ajustes en la tasa de cotización y/o de reemplazo con

el objetivo de que en el largo plazo el sistema no vea deteriorado su nivel de capitalización.

En el análisis se han establecido, las tasas de interés asociadas a los sistemas considerado, que si bien en principio resulta clara la relación entre las tres tasas, corresponde considerar los dos casos que difieren según el comportamiento esperados de las tasas de interés que se pueden obtener por las colocaciones de las reservas efectivas del sistema.

- Cuando el nivel de las reservas totales del sistemas no es significativo en relación a las magnitudes macroeconómicas del país, podemos afirmar entonces que el sistema de capitalización completa es quien, ante iguales niveles de prestaciones, logra el equilibrio financiero con menores tasas de contribución.
- Cuando se considera un sistema universal ó con un gran nivel de cobertura nacional en cuyo caso los niveles del fondo acumulado pueden tener un nivel significativo para el país donde opera el sistema, es muy probable que un sistema de capitalización parcial puede tener asociadas mayores tasas de interés técnico asociados y por ende en el equilibrio financiero, tendría asociadas tasas de contribuciones menores que las del sistemas de capitalización completa.
- Cuando la tasa de interés real sobre salarios es no negativa, el sistema de capitalización parcial siempre será mejor que el sistema de reparto si lo valoramos a través de las tasas de contribuciones y/o de las prestaciones en situación de sus respectivos equilibrios financieros.