Utilización de la Ecuación de Equilibrio Financiero en el Análisis de cambios paramétricos de un Régimen de Reparto

Cr. Luis Camacho

Utilización de la Ecuación de Equilibrio Financiero en el Análisis de cambios paramétricos de un Régimen de Reparto

INTRODUCCION

La consideración de ciertos factores comunes en las ecuaciones de equilibrio financiero individual[1] y colectivo en sistemas de prestaciones definidas, ha permitido extraer conclusiones sobre las diferencias sustanciales entre los regímenes de reparto[2], de capitalización parcial[3] y capitalización completa[4]. Específicamente, bajo este enfoque ha sido posible comparar los principales resultados de los diversos sistemas financieros a través del análisis de las tasas de interés técnico asociadas[5].

Esos factores básicos, son los tiempos medios de cotización y de jubilación, así como las edades centrales de cotización y de jubilación, que integrados a las diversas ecuaciones de equilibrio financiero permiten inferir las similitudes entre sus formulaciones básicas, sólo distinguibles por la magnitud de las correspondientes tasas de interés técnico.

Las hipótesis más significativas bajo las cuales fueron desarrollados los modelos utilizados, se basaron en que la salida del sistema se produce sólo por fallecimiento, con edades únicas para el inicio de la actividad y de la jubilación.

Asimismo, estos análisis fueron desarrollados bajo la suposición de la permanencia en el tiempo de las tasas de mortalidad, supuesto que si bien sirvió para un análisis comparado, tiene una carencia significativa en cuanto a que en la práctica se presentan mejoras permanentes de tal variable a lo largo del tiempo.

En el desarrollo que se realiza a continuación, se parte de una similar metodología pero levantando el supuesto respecto a la mortalidad futura, lo que permite realizar ciertas consideraciones de carácter general sobre posibles reformas paramétricas para el sistema de reparto.

[1] Luis Camacho. “Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida” Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

[2] Luis Camacho: “Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto”. Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10.

[3] Luis Camacho. “Un modelo heurístico para calcular de la tasa de interés técnico de corte asociada a un sistema de Capitalización Parcial”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.23 Abril-Junio 2009

[4] Luis Camacho. “La tasa de interés técnico actuarial asociada a un sistema de capitalización completa con prima única”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.14 .Enero-marzo 2007.

[5] Luis Camacho.”Clasificación de los Sistemas de Financiación Colectiva según el Grado de Capitalización. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 24. Julio-Setiembre de 2009.

Esta metodología permitirá adicionalmente evaluar las tasas de interés técnico que se pueden asociar a las diversas generaciones afectadas. Visualizaremos que en todos los casos, de aplicarse esas reformas en forma pura, llevará inevitablemente a redistribuciones intergeneracionales, que será mayores cuanto más duren los cambios propuestos.

Las limitaciones implícitas en tales redistribuciones nos inducen a plantear, desde un punto de vista teórico, un nuevo tipo de reformas que definimos como paramétricas dinámicas mediante las cuales, las generaciones futuras tendrán asociadas idénticas tasas de interés técnico en su equilibrio financiero.

AÑO EN EL QUE SE EVALUA EL EQUILIBRIO FINANCIERO DEL SISTEMA

Como se ha establecido, interesa proyectar para el largo plazo la ecuación de equilibrio financiero del sistema de reparto. En particular, analizaremos los componentes de la ecuación para un año específico en el cual todos sus participantes tanto cotizantes como jubilados sean integrantes de generaciones futuras.

A los efectos de una más clara apreciación de la ecuación de equilibrio y el año en el que ella será evaluada, representamos a continuación un esquema en el que se muestra el eje del tiempo, donde T=0 es el instante que representa el origen del primer año considerado en el análisis, que por lo general será uno próximo del futuro. Como se ha dicho, la unidad de tiempo considerada en este análisis será el año[6], por lo que en el gráfico cada período comprendido entre dos instantes de tiempo, representa un año particular.

T= 0 1 e_r-e_i e_f-e_i

|--|--------------|----------------------------------|-

Si definimos a **"e_i", "e_r" y "e_f"** respectivamente como las edades de comienzo de la actividad, de retiro y la última edad en que pueden existir afiliados vivos, **T= er-ei** representa el comienzo del año en el que se jubilan los miembros de la generación que inicia su actividad en el año **T=0.** Por ello, **T= ef-ei** indica el comienzo del año en el que los miembros de esa generación serían los jubilados de mayor edad.

Supongamos ahora que se realizó una proyección demográfica del sistema en la que se estimaron los movimientos físicos de altas y bajas, en base a tablas de mortalidad dinámicas en todo el horizonte de análisis. Esa proyección permitirá disponer de información sobre las **altas anuales $A^{(T)}$**, que suponemos que se verifican a principio de cada año, de acuerdo al siguiente esquema:

[6]En sentido estricto, la unidad de tiempo debe ser el mes puesto que tanto las cotizaciones como las jubilaciones se efectivizan por lo general en forma mensual. Para realizar el análisis con este tipo de unidad de tiempo es necesario disponer de un tablas de mortalidad con apertura mensual. Para realizar tal apertura se puede consultar "Algoritmo para la apertura mensual de la tabla de Mortalidad – Luis Camacho – Comentarios de Seguridad Social –Mayo de 2005 ". En caso de realizar el análisis más simplificado donde los intervalos de tiempo sean anuales, es necesario acumular los pagos y cobros mensuales a principio cada año.

T= **0 1** e_r**-**e_i e_f**-**e_i

|--|--------------|----------------------------------|--

$A^{(0)}$ $A^{(1)}$ $A^{(er-ei)}$ $A^{(ef-ei)}$

Estamos en condiciones de indicar que el año futuro en el que evaluaremos el equilibrio financiero del sistema de reparto. Ese año será el que tiene comienzo en el último instante que figura en el eje del tiempo **($T=e_f-e_i$)** puesto que tiene la particularidad, como se ha dicho, que la próxima generación de cotizantes, sea en ese año la de edad mayor.

En otros términos, si suponemos que en el año que se inicia en T=0 entra a cotizar la próxima generación, el equilibrio financiero lo referiremos al año comprendido entre los instantes **"e_f-e_i" y "$e_{f+1}-e_i$"**.

ESTIMACION DEL LA CANTIDAD DE COTIZANTES Y JUBILADOS EN EL PERÍODO CONSIDERADO

En ese último año, existirán miembros de todas las generaciones de cotizantes y de jubilados que estarán asociadas a las altas de los años comprendidos entre T=0 y T=ef-ei .

Antes de estimar el número de sobrevivientes de las altas de cotizantes de todos los años previos, asociaremos la edad en ese instante a cada tipo de alta. En ese sentido, en el siguiente esquema mostramos esas edades en el subíndice de las altas por año:

T= **0** **1** **er-ei** **ef-ei**

|-----|--------------|----------------------------------|--

$A_{ef}^{(0)}$ $A_{(ef-1)}^{(1)}$ $A_{(ef-er+ei)}^{(er-ei)}$ $A_{ei}^{(ef-ei)}$

$l_{ef}^{(0)}$ $l_{(ef-1)}^{(1)}$ $l_{(ef-er+ei)}^{(er-ei)}$ $l_{ei}^{(ef-ei)}$

En la última fila ubicamos el número esperado de sobrevivientes de cohortes asociadas a las altas de cada año, cuyo número inicial es supuesto igual al l_{ei} en todos los casos. Estas estimaciones se pueden obtener a partir de las tablas de mortalidad dinámicas.

Por lo tanto, $l_j^{(ef-j)}$ es igual al número esperado de sobrevivientes a la edad j, de la cohorte que inicia su actividad en el año **T=ef-j** con **(ei <=j <=ef)** .

Estamos ahora en condiciones de plantear la expresión que permite estimar el número de sobrevivientes para el último año considerado. Para ello basta con aplicar la siguiente regla de tres simple:

$$\mathbf{l_{ei}} \quad \text{---} \quad \mathbf{l_j^{(ef-j)}}$$

$$\mathbf{A_j^{(ef-j)}} \quad \text{---} \quad \textbf{Afiliados Sobrevivientes de edad j}$$

Por lo tanto, el número **Afiliados de "J" años de edad en ef-ei t**endrá la siguiente expresión:

$$\mathbf{ASj = A_j^{(ef-j)} * l_j^{(ef-j)} / l_{ei}} \qquad \mathbf{[1]}$$

Recordemos que al cociente entre $\mathbf{l_j^{(ef-j)} / l_{ei}}$ es igual a la probabilidad de que una persona de la cohorte que inició su actividad en T=ef-j , llegue con vida a la edad j en T=ef-ei.

La denominación genérica de afiliados, permite considerar en forma conjunta tanto a cotizantes como los jubilados, que sólo se diferenciarán por su edad. La edad **(j)** entonces será la variable que nos permita saber si un afiliado es cotizante $\mathbf{(j<e_r)}$ o jubilado $\mathbf{(j>=e_r)}$.

El análisis del equilibrio financiero del sistema de reparto en horizonte tan lejano en el tiempo tiene dos implicancias:

1) Que el objetivo es evaluar el efecto financiero asociado a generaciones futuras de afiliados, dejando de lado las particularidades actuales del sistema. Por ello, este tipo de análisis puede ser complementario al del sistema de proyecciones financiero-actuariales, puesto que sólo visualiza el futuro lejano sin tener en cuenta los problemas financieros intermedios. No obstante, consideramos de interés su utilización para la evaluación de posibles cambios paramétricos que sean necesarios realizar y que puedan afectar a las nuevas generaciones de afiliados.

2) Que si bien este tipo de análisis es complementario al de proyecciones financieras, requiere que éstas tengan un horizonte de muy largo plazo puesto que de ellas se obtiene información sobre la evolución de las altas de cotizantes futuros. En ese sentido cabe destacar que si por ejemplo el inicio de la actividad es a los 20 años de edad, y la tabla de mortalidad tiene su límite a los 100 años, necesariamente se deberá disponer de información sobre el número de altas esperadas por un período cercano a los 80 años.

LA ECUACION GENERICA DE EQUILIBRIO DE LARGO PLAZO DEL SISTEMA

El equilibrio financiero del sistema de reparto, por definición se presenta anualmente mediante la igualdad entre los ingresos por contribuciones y los egresos por prestaciones. En este análisis planteamos en primer término formulaciones específicas que permiten estimar el número de cotizantes y jubilados para el año considerado, para luego, a partir de la inclusión de variables de carácter económico, fijar el nivel de las cotizaciones y de las jubilaciones de ese año.

Cotizantes y Jubilados

Por la relación **[1]** podemos plantear la cantidad de cotizantes y jubilados como consecuencia de que conocemos la edad de inicio de la actividad **(e_i)** y de retiro **(e_r)**. En tal sentido debemos tener en cuenta que en el año que se inicia en **"T=ef-ei"** , serán cotizantes quienes tengan menos de **"e_r"** años de edad y los restantes serán jubilados.

Por lo tanto, el número total de cotizantes y jubilados surgirá de la correspondiente acumulación de los afiliados divididos en las dos categorías según su edad:

$$\textbf{Cotizantes} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, AS_j \,] \qquad [2]$$

$$\textbf{Jubilados} = \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [\, AS_j \,] \qquad [3]$$

La primer sumatoria acumula a los cotizantes de las edades comprendidas entre la edad de inicio de la actividad **"e_i"** y la anterior al retiro **"e_{r-1}"**. Suponemos entonces que la jubilación se comienza a servir al cumplir exactamente los **"e_r"** años de edad.

La segunda sumatoria expresa el total de jubilados del año, por ello el último sumando indica la cantidad de jubilados de la mayor edad posible, en concordancia con la amplitud de la tabla de mortalidad utilizada.

Cotizaciones y Jubilaciones

Suponemos que el salario de ingreso a la actividad a la edad **"e_i"** se ve incrementado anualmente por efecto de mejoras en la carrera laboral, en cuyo caso podemos plantear salarios diferenciales por edades de acuerdo a la siguiente expresión.

$$\textbf{SALARIO A EDAD } j = S_j$$
$$\text{con } j => e_i$$

Es de destacar que en este análisis consideramos exclusivamente los aumentos salariales por efecto de la movilidad salarial vertical. Aún cuando existan crecimientos salariales debidos al aumento de la productividad, los valores monetarios que computaremos en el análisis serán deflactados por el índice general de salarios por lo que el resultado será el mismo que se obtendría de suponer un crecimiento salarial global real nulo como es nuestro caso.

Por otra parte, supongamos que el importe de las altas de jubilaciones del año actual se calculan multiplicando el Sueldo Básico Jubilatorio **(SBJ)** por la tasa de reemplazo **(TR)** :

$$\textbf{JUBILACION A edad J} = JR_j = SBJ * TR$$
$$\text{con } j >= er$$

A los efectos de simplificar el análisis consideramos el caso de que las jubilaciones se reajustan de acuerdo al índice general de salarios[7], por lo que al igual que para el caso de los salarios, en la relación anterior está implícito el supuesto de que los valores también fueron deflactados por dicho índice.

Por lo tanto, las cotizaciones y las jubilaciones totales del año sujeto a estudio pueden se halladas a partir de las siguientes expresiones:

$$\textbf{Cotizaciones} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [Sj^* ASj]^* TCR = SMC^{(D)} * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [ASj]^* TCR \qquad [3]$$

Donde **SMC**$^{(D)}$ es el sueldo medio de cotización[8] y **TCR** es la tasa de contribución del sistema, que es la variable de ajuste del sistema cuando estamos ante un régimen de prestación definida.

$$\textbf{Jubilaciones} = SBJ^*TR^* \sum_{j=e_r}^{j=e_f} [ASj] \qquad [4]$$

Podemos plantear ahora la **ecuación de equilibrio** del sistema de reparto que en términos simple se verifica cuando:

Cotizaciones [3] = Jubilaciones [4]

$$SMC^{(D)} * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [ASj]^* TCR = SBJ^*TR^* \sum_{j=e_r}^{j=ef} [ASj]$$

Para que esta igualdad tenga sentido, debemos asumir que el sistema se financia exclusivamente con contribuciones de los afiliados, y que los gastos de administración son irrelevantes. De otra forma en la ecuación de equilibrio deberían necesariamente ser incluidos. No obstante, a los efectos del nuestro análisis general descartamos estas dos variables.

FORMULACION ESPECIFICA DE LA ECUACION DE EQUILIBRIO FINANCIERO

A continuación realizaremos una reformulación de la ecuación equilibrio, incluyendo en el análisis nuevas variables, entre las que destacamos los tiempos medios de cotización y de jubilación así como las altas asociadas a las edades centrales de cotización y de jubilación.

[7] Otras situaciones son analizadas en :Luis Camacho."La incidencia de la fórmula de cálculo del Sueldo Medio Básico Jubilatorio en el equilibrio financiero individual". Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 11 (abril-junio 2006).

[8] **SMC**$^{(D)}$ $= \Sigma$ **[Sj* ASj]/ Σ [ASj]** , las sumatorias se verifican para las edades activas "ei" y "er-1".

Tiempos Medios de Cotización y de Jubilación

Supongamos que existe una cohorte hipotética, cuya evolución es la siguiente.

$$\{ \mathbf{l_{ei}}^{(ef\text{-}ei)}; \mathbf{l_{ei+1}}^{(ef\text{-}ei\text{-}1)}; \mathbf{l_{ei+2}}^{(ef\text{-}ei\text{-}2)}; \ldots\ldots\ldots; \mathbf{l_{ei+h}}^{(ef\text{-}ei\text{-}h)}; \ldots\ldots\ldots \mathbf{l_{ef}}^{(ef\text{-}ef)} \}$$

Con $\mathbf{l_{ei}}^{(ef\text{-}ei)} = \mathbf{l_{ei}}$ ya que todas las cohortes consideradas en este análisis se inician con un número igual a "l_{ei}".

En forma genérica, para una edad **"j"**, el número de supervivientes a esa edad tiene la expresión $\mathbf{l_j}^{(ef\text{-}j)}$**,** que particularmente son los factores que figuran en las expresiones del cotizaciones y jubilaciones**.**

Ejemplo:

En el siguiente cuadro, mostramos un ejemplo en el que se pueden visualizar las probabilidades de sobrevivencia de las diversas cohortes, considerando el caso simple en el que las variables T y J están expresadas en décadas.

CUADRO 1

PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA POR EDAD

	Instante T								
EDAD	0	1	2	3	4	5	6	7	8
J									
2	**1**	1	1	1	1	1	1	**1**	1
3		**0.9910**	0.9938	0.9957	0.9970	0.9974	0.9977	**0.9981**	0.9984
4			**0.9804**	0.9851	0.9886	0.9903	0.9907	**0.9910**	0.9914
5				**0.9597**	0.9678	0.9721	0.9738	**0.9741**	0.9745
6					**0.9177**	0.9278	0.9320	**0.9336**	0.9353
7						**0.8254**	0.8346	**0.8383**	0.8420
8							**0.6456**	**0.6528**	0.6601
9								**0.3210**	0.3246

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

Así las probabilidades de sobrevivencia de la primer cohorte se puede visualizar en la diagonal inferior, en las superiores las probabilidades asociadas a cohortes que ingresan a la actividad en instantes posteriores.

Si consideramos el caso en que T=ef-ei es igual a T=7, la penúltima columna representan las probabilidades de sobrevivencia para los miembros de la cohorte hipotética definida anteriormente.

Volviendo al planteo genérico, podemos definir al **tiempo medio de cotización** $\mathbf{(TMC^{(D)})}$ como la suma de las probabilidades de supervivencia de esa cohorte hipotética para todas las edades de cotización. En ese sentido podemos plantear la siguiente expresión:

$$\mathbf{TMC^{(D)}} = \sum_{\mathbf{j=e_i}}^{\mathbf{j=e_{r-1}}} \mathbf{(l^{(ef\text{-}j)}{}_j / l_{ei})} \qquad \mathbf{[5]}$$

Cada cociente de la sumatoria indica la fracción de año que se espera que el cotizante viva, estimada a partir de la edad de inicio de la actividad. Como tales fracciones se acumulan para todo el período de actividad, el resultado final será igual al tiempo esperado de cotización. El supuesto básico que se encuentra en este planteo es que los fallecimientos se verifican al final de cada año.

Si para el caso planteado en el Cuadro 1, consideramos que la edad de inicio de la actividad es j=2 y la de retiro j=7, para calcular el tiempo medio de cotización basta con sumar los cinco primeros valores de la penúltima columna. El resultado es TMC= 4.9, lo que llevado a años indicaría que el tiempo medio de cotización sería para este caso de 49 años.

En el mismo sentido, podemos establecer que la suma de las probabilidades de supervivencia para todas las edades de jubilación puede dar lugar a la siguiente expresión, que denominamos como el **tiempo medio de jubilación ($TMJ^{(D)}$)**.

$$\mathbf{TMJ^{(D)}} = \sum_{j=er}^{j=e_f} \left(l^{(ef\text{-}j)}_{j} / l_{ei} \right) \qquad [6]$$

En el ejemplo del cuadro, podemos calcular este tiempo medio, sumando los últimos tres valores de la penúltima columna, cuyo resultado sería igual a 1.81, lo que llevado a años implicaría 18.1 años como tiempo medio de jubilación.

Este último resultado debe ser adecuadamente apreciado, puesto que representa el número medio de unidades de tiempo que se espera percibir una jubilación, visualizados desde el instante inicial del período de cotización y no desde el instante en que se inicia el cobro de la jubilación.

Altas asociadas a las Edades Centrales de Cotización y de Jubilación

Consideremos el caso hipotético de que en lugar tener diferentes número de altas en cada año, el sistema tuviese un nivel de altas constantes, equivalentes a las de un año intermedio "ef-ECC", de tal forma que el nivel de cotizantes totales estimados para el año considerado fuesen de un nivel similar a los planteados en **[2]**.

Ello es posible si definimos a ese número de altas constantes $A_{ECC}^{(ef\text{-}ECC)}$ de tal forma que, teniendo en cuenta **[1]** se cumpla la siguiente relación:

$$\textbf{Cotizantes} = \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} [\, ASj \,] = A_{ECC}^{(ef\text{-}ECC)} * \sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} l_j^{(ef\text{-}j)} / l_{ei}$$

Teniendo en cuenta **[5]**, la nueva expresión para el número de cotizantes puede ser la siguiente:

$$\textbf{Cotizantes} = A_{ECC}^{(ef\text{-}ECC)} * TMC^{(D)} \qquad [7]$$

Con **"ECC"**, denotamos la edad central de cotizaciones.

Por lo tanto, el número de cotizantes del año que comienza con T=ef-ei, es igual al número de altas de cotizantes asociado a una edad central de cotización, por el tiempo medio de cotización.
Es interesante tener presente que esas altas serán de un nivel intermedio a las altas correspondientes a los actuales activos, es decir:

$$\mathbf{Aei^{(ef-ei)};\ Aei+1^{(ef-ei-1)}\ ;.......;\ Aer-2^{(ef-er+2)};\ Aer-1^{(ef-er+1)}}$$

Asimismo, si visualizamos los subíndices de las expresiones de las altas, vemos que ellas indican la edad en el último año de los cotizantes correspondientes, que va en edades desde e_i, a e_{r-1} y como dijimos que el número de altas constantes, es intermedio, ECC también estará comprendido entre las edades límites de cotización. De ahí viene su denominación de edad central de cotización.

De igual forma que para los cotizantes podemos plantear la siguiente expresión para calcular el número total de jubilados:

$$\mathbf{Jubilados = A_{ECJ}^{(ef-ECJ)} * TMJ^{(D)}} \qquad \mathbf{[8]}$$

A **"ECJ"**, lo denotamos como edad central de jubilaciones.

Nuevamente consideremos el caso hipotético de que si sustituimos las altas anuales correspondientes a las edad de retiro en el año del análisis, por un nivel de altas constantes que se corresponden a las de un año intermedio "ef-ECJ", de tal forma que el total de jubilados del año analizado fuese similar **[3]**.

<u>Cotizaciones y Jubilaciones en Función de Altas a las Edades Centrales</u>

La ecuación de equilibrio del sistema para el año considerado, la podemos obtener teniendo en cuenta los desarrollos anteriores, resultando, luego de simples manipulaciones algebraicas las siguientes expresiones simples:

$$\mathbf{Cotizaciones = A_{ECC}^{(ef-ECC)} * TMC^{(D)} * SMC^{(D)} * TCR} \qquad \mathbf{[9]}$$

Los dos primeros factores indican el número total de cotizantes en el último año; el tercero el Sueldo Medio de Cotización y el último la tasa de cotización que es la variable de ajuste.

Es de destacar que los factores que explican el nivel de cotización, no son independientes a excepción de la tasa de aporte. Por el contrario, el Sueldo Medio de Cotización dependerá de las variables que afectan a las Edad Central de Cotización, y el Tiempo medio de Cotización dependerá de las que explican al Sueldo Medio de Cotización. Todo cambio que se verifique en alguno de esos factores podrá generar modificaciones en los valores de los restantes. Así por ejemplo un ajuste en las probabilidades de supervivencia, implicará ajustes sucesivos de ECC, SMC y TMC.

$$\mathbf{Jubilaciones = A_{ECJ}^{(ef-ECJ)} * SBJ * TR * TMJ^{(D)}} \qquad \mathbf{[10]}$$

La nueva formulación de las jubilaciones totales depende del Sueldo Básico Jubilatorio, el número de altas asociados de quienes en el último año tienen la edad central de jubilación , la tasa de reemplazo y al tiempo medio de jubilación.

<u>Ecuación de Equilibrio en Función de Altas a las Edades Centrales</u>

Como hemos establecido, el equilibrio financiero es analizado para el sistema de reparto para el año que comienza, en T= "ef-ei". Por lo tanto, corresponde plantear la igualdad entre cotizaciones y prestaciones de ese año. La misma se logrará a través de la fijación de la tasa de contribución del sistema **(TCR)**

Por lo tanto, el equilibrio entre cotizaciones **[9]** y jubilaciones**[10]** se obtiene, cuando la tasa **TCR** verifica la siguiente igualdad:

$$\mathbf{TCR} = \frac{[\ SBJ * TR]\ /\ [\ SMC^{(D)}]}{[TMC^{(D)} / TMJ^{(D)}] * [\ A_{ECC}^{(ef-ECC)}\ /\ A_{ECJ}^{(ef-ECJ)}\ ]} \qquad \mathbf{[11]}$$

En el numerador se expresa la relación entre la jubilación promedio y el sueldo medio de cotización. En el denominador el producto de dos cocientes cuyo resultado muestra la relación entre el número medio de cotizantes y el de jubilados. Por lo tanto vemos una forma diferente de plantear las relaciones básicas que inciden en las tasa de equilibrio:

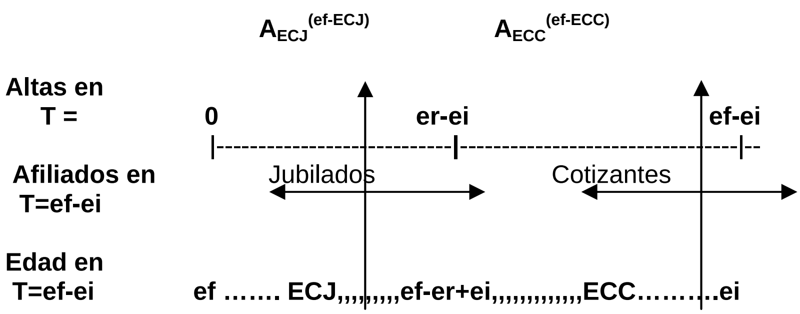
$$\mathbf{TCR} = \frac{\textbf{Relación Económica}}{\textbf{Relación Demográfica}}$$

Como es norma, la tasa de contribución de equilibrio del sistema de reparto varia en forma directamente proporcional a la variación de la relación económica e inversamente proporcional a la relación demográfica.

Lo interesante de este planteo es la desagregación realizada de los elementos de la relación demográfica, la cual nos permitirá estimar el nivel de la tasa de interés técnico asociada al régimen de reparto en situación de equilibrio, tal cual lo veremos a continuación.

LA TASA DE APORTE DE EQUILIBRIO DEL SISTEMA Y LA TASA DE INTERES TECNICO ASOCIADA AL SISTEMA DE REPARTO

A los efectos de visualizar adecuadamente el planeo general que realizaremos posteriormente, ubicaremos en el eje del tiempo a las altas de cotizantes asociadas a las edades centrales de cotización y de jubilación:



Podemos apreciar que las altas asociadas a la edad central de cotización (**$A_{ECC}^{(ef-ECC)}$**) se verifican con posterioridad a las asociadas a la edad central de jubilación

$A_{ECJ}^{(ef\text{-}ECJ)}$. En consecuencia, si suponemos que el sistema se encuentra en expansión las últimas altas serán por lo general superiores.

Aún cuando la propiedad anterior no se verifique, resulta de interés plantear el cociente entre las altas entre ambas edades que da lugar a la siguiente expresión:

$$A_{ECC}^{(ef\text{-}ECC)} \,/\, A_{ECJ}^{(ef\text{-}ECJ)} = 1 + c(ef\text{-}ECj,ef\text{-}ECC) \qquad [12]$$

Donde **c(ef-ECj,ef-ECC)** es la tasa de crecimiento del número de altas entre los instantes "**ef-ECJ"** y **"ef-ECC"**, que en caso de que el sistema se encuentre en expansión será positiva.

Como la amplitud del período en el que se verifican ambos tipos de altas es igual a la diferencia entre las edades centrales de jubilación y de cotización **(ECJ-ECC)**, podemos definir una tasa "$c^{(D)}$" constante de la forma que se cumpla la siguiente relación:

$$(1+ c^{(D)})^{(ECJ\text{-}ECC)} = 1 + c(ef\text{-}ECj,ef\text{-}ECC) \qquad [13]$$

Por lo tanto, **"$c^{(D)}$"** sería la tasa anual de crecimiento promedio de las altas de cotizantes del período específico (ef- ECJ, ef- ECC) de amplitud ECJ-ECC, que denominamos período de recuperación.

A partir de ello, podemos transformar la expresión **[11]** de la siguiente forma:

$$TCR = \frac{TMJ^{(D)}}{TMC^{(D)}} * \frac{SBJ\,.TR}{SMC^{(D)}} * (1+ c^{(D)})^{ECC\text{-}ECJ} \qquad [14]$$

Esta formulación es similar a la que surge de un análisis previo en el que se supone invariabilidad en el tiempo de las tasas de mortalidad[9]. En ese documento se demuestra que la tasa **"c"** puede ser asociada a la tasa de interés técnico del sistema de reparto para el año que se inicia en **T= ef-ei**.
Se presenta adicionalmente un resultado por el cual esa tasa "c", es equivalente a la tasa de interés técnico asociada a miembros de la cohorte que inicia su actividad en el primer año del horizonte de análisis (T=0).

Siguiendo una metodología de análisis similar, podemos concluir que la tasa de interés técnico del régimen de reparto **"i_R"** para el año que comienza en T=**ef-ei** sería igual a **"$c^{(D)}$".**

No podemos decir lo mismo respecto a la segunda propiedad planteada anteriormente ya que cuando hay dinamismo en la mortalidad, la tasa **"$c^{(D)}$"** no coincidirá con las tasas de interés técnico asociadas con ninguna de las generaciones futuras que se integrarán el sistema de reparto.

[9] Luis Camacho: "Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10. Enero-Marzo 2006

Ejemplo:

A los efectos de aclarar el análisis anterior, consideraremos un ejemplo que nos permitirá mostrar el camino para el cálculo de la tasa de interés técnico del sistema de reparto en el largo plazo.

Para ello supondremos que son válidas las probabilidades de sobrevivencia que figuran en el Cuadro 1; que existe una edad de inicio de la actividad igual a la edad j=2 y una de retiro a la edad j=7. El sueldo de actividad es constante en todo el horizonte de análisis igual a 10.000 unidades monetarias; el sueldo básico jubilatorio es del mismo nivel y la tasa de reemplazo es del 60%.

Se mantiene el supuesto básico realizado en el análisis en cuanto a que los valores están expresados en términos de salarios constantes, asumiendo además que no existe movilidad salarial vertical.

Como se ha establecido, es necesario que proyecciones demográficas del sistema proporcionen datos sobre las altas de cotizantes efectivas. En nuestro ejemplo, esta información figura en las primeras columnas de los cuadros 2 y 3.

En el cuadro 2, figuran además las probabilidades de sobrevivencia que son idénticas a las de la última columna del cuadro1, los cotizantes por edad en la década que se inicia en T=7, el sueldo unitario, la masa salarial por edad de esa década y una última columna que es el resultado del producto de los valores de las columnas III por V.

CUADRO 2

MASA SALARIAL

DECADA QUE SE INICIA EN T=7

EDAD EN T=7	ALTAS T=	CANTIDAD	PROBABILIDAD SOBREVEVIENCIA	COTIZANTES ACTUALES	SUELDO UNITARIO	MASA SALARIAL	
J	I	II	III	IV	V	VI	III*V
2	7	14,053	1	14053	10000	140,531,420	10,000
3	6	13,778	0.998055	13751	10000	137,507,869	9,981
4	5	13,376	0.991036	13256	10000	132,564,007	9,910
5	4	12,862	0.974139	12529	10000	125,292,090	9,741
6	3	12,249	0.933623	11436	10000	114,362,833	9,336
TOTALES			**4.897**			**650,258,218**	**48,969**

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

A partir de las cifras que figuran en la fila de totales, podemos hallar los valores característicos de mayor significación, asi:

$TMC^{(D)} = 4.897$ *y* $A_{ECC}^{(ef\text{-}ECC)} = 650.258.218 / 48.969 = 13.279$

Por lo tanto, el tiempo medio de cotización es de 4.897 décadas y las altas asociadas a quienes en T=7 tengan la edad central de cotización es de 13.279 unidades. Este último valor es el que nos permite hallar la edad central de cotización. Para ello tengamos en cuenta que en la columna II del cuadro, las edades (J) en T=7 que tienen asociadas el número de altas más cercanas a 13.279, son J=4 y J=5. Mediante una interpolación lineal entre los número de altas a esas edades podemos hallar la edad central de cotización. En este caso ECC= 4.189, que en términos de años implica aproximadamente a los 41.89 años.
*Podemos plantear ahora los valores concretos para la expresión **[12]** que permitirá calcular el nivel de las cotizaciones en el último año considerado:*

*Cotizaciones = 4.897 * 10.000 * 13.279* TCR*

En el siguiente cuadro se dispone de información correspondiente a las jubilaciones:

CUADRO 3

IMPORTES DE JUBILACIONES

EDAD EN T=7	ALTAS T=	ALTAS CANTIDAD	PROBABILIDAD SOBREVEVIENCIA	JUBILADOS ACTUALES	JUBILACION UNITARIA	JUBILACIONES TOTALES	
J	I	II	III	IV	V	VI	III*V
7	2	11,556	0.838306	9687	6000	58,124,763	5,030
8	1	10,800	0.652819	7050	6000	42,302,689	3,917
9	0	10,000	0.321041	3210	6000	19,262,466	1,926
TOTALES			**1.812**			**119,689,918**	**10,873**

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

Al igual que el caso anterior, a partir de las cifras que figuran en la fila de totales, podemos hallar los valores de mayor significación:

$TMJ^{(D)} = 1.812$ *y* $A_{ECJ}^{(ef\text{-}ECJ)} = 119.689.918 / 10.873 = 11.008$

En la columna II, apreciamos que las edades en T=7, que tienen asociadas altas más cercanas a las de la ECJ, son J=7 y J=8. Realizando una interpolación lineal de esos valores llegamos a que ECJ= 7.725, que en otros términos significa que la edad central de jubilación es igual a los 77.3 años de edad.

*Los valores específicos para la expresión **[13]** en este caso serían:*

Jubilaciones $= 1.812 * 10.000 * 0.6 * 11.008 = 119.689.918$

*Estamos ahora en condiciones de hallar el nivel de la tasa de contribución de equilibrio, para ello planteamos para este caso los valores de **[14]**:*

$$TCR = \frac{1.812}{4.897} * \frac{10.000*0.6}{10.000} * \frac{11.008}{13.279} = 18.41\%$$

Por lo tanto, la tasa de contribuciones de equilibrio es del 18.41% sobre la masa salarial.

*No obstante, resulta de mayor interés calcular la tasa de interés técnico asociada al régimen de reparto para el período que tiene inicio en T=7, para ello le damos valores a la expresión **[13]**, de la cual debemos hallar **"$c^{(D)}$"**.*

$$(1+c^{(D)})^{(7.725-4.189)} = 13.279/11.008 = 1.2063$$

Despejando, se obtiene el valor de $c^{(D)} = 5.45\%$, que es la tasa decenal de interés técnico asociada al sistema de reparto, que a su vez equivale a una tasa anual real del 0.53% .

AJUSTES PARAMETRICOS AL SISTEMA DE REPARTO

En este punto resulta conveniente reiterar que bajo este enfoque no interesa la situación financiera actual del sistema de reparto ni resultados financieros que se puedan verificar en relación a él en un horizonte de mediano plazo. Se evaluarán específicamente los cambios que afectarán exclusivamente a las generaciones futuras que podrán ser efectivos en un horizonte de muy largo plazo.

Por lo tanto, este análisis permitirá visualizar los aspectos financieros del sistema de reparto en base a variaciones estratégicas que tendrán efecto en un futuro lejano, independientemente de la evolución histórica del sistema.

En ese sentido, consideramos que los resultados anteriores ayudarán a encarar en forma simple cambios paramétricos, sin perder de vista el necesario equilibrio financiero global del régimen de reparto.

Consideramos que tales cambios pueden agrupase en dos categoría puras; por un lado los que implican variaciones en la tasa de contribución, la tasa de reemplazo y/o sueldo básico jubilatorio; por otro ajustes en la edad de retiro. Por supuesto que es posible considerar combinaciones de cambios en las diversas categorías. No obstante, a los efectos de simplificar el análisis consideramos esas dos categorías por separado.

1) **Cambios en las tasas de aportes, de reemplazo y/o sueldo básico jubilatorio.**

El sueldo básico jubilatorio lo entendemos como el promedio de los sueldos en actividad que se computan para la determinación de la jubilación inicial. En el cálculo del sueldo inciden tanto la cantidad de años de actividad a computar así como el tipo de índice que se utiliza para la actualización de los salarios a la fecha del alta jubilatoria.

En relación al sueldo básico jubilatorio, los cambios pueden ser de menor significación que los de las tasas de contribución y reemplazo. No obstante, existen ciertos casos en los que la variación en la forma del sueldo básico jubilatorio adquiere importancia, en especial cuando originalmente es calculado a partir del promedio de los últimos años de actividad y/o sin ningún tipo de indexación.

En todo caso, la relación entre estos tres parámetros la podemos visualizar en la siguiente expresión, deducida de la ecuación de equilibrio planteada en **[14]:**

$$\mathbf{TCR = K * SBJ * TR} \qquad \mathbf{[15]}$$

$$\text{Con } \mathbf{K = \frac{TMJ^{(D)} * (1 + c^{(D)})^{ECC-ECJ}}{TMC^{(D)} * SMC^{(D)}}}$$

Toda combinación de **TCR, SBJ y TR,** que cumpla la igualdad **[15]** es una alternativa a tener en cuenta para una posible reforma parametrica.
En consecuencia, por este planteo el nivel de flexibilidad para los cambios es muy amplio ya que es posible realizar la reforma de alguno o todos los parámetros sin perder el equilibrio de largo plazo.

Ejemplo:

Si seguimos con el caso sujeto a estudio, podemos analizar diversas posibilidades de cambios en TCR y TR, pero no en el sueldo básico jubilatorio, puesto que hemos supuesto la inexistencia de movilidad salarial vertical.

No obstante podemos apreciar que para este caso se cumple la siguiente relación entre TCR y TR:

$$0.306842 * TR = TCR$$

Por lo tanto, son válidas múltiples combinaciones de TR y TCR que cumplan la relación anterior. En el siguiente cuadro planteamos algunos casos posibles:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6
TCR	**20,00%**	**19,00%**	**18,00%**	**17,00%**	**16,00%**	**15,00%**
TR	**65,18%**	**61,92%**	**58,66%**	**55,40%**	**52,14%**	**48,89%**

Un aspecto que tiene importancia práctica, es que si bien para este enfoque no se tiene en cuenta lo que ocurre en el presente, concomitantemente con la reforma para las generaciones futuras, es conveniente evaluar cambios en la transición de tal forma que se logre una cierta continuidad en la evolución del sistema. Por ello, si bien los actuales afiliados tienen derechos adquiridos que dependen de su antigüedad en el régimen, será necesario afectarlos parcialmente aplicándoles, en forma gradual las reformas previstas para las nuevas generaciones.

Así por ejemplo, supongamos que el equilibrio actual se logra con una tasa de contribución del 18%, que no es posible incrementar en el futuro a causa de una alta presión tributaria, y una tasa de reemplazo del 70%. Al existir una brecha significativa de esa tasa de reemplazo con la que se puede otorgar a las nuevas generaciones, para mantener cierto grado de continuidad, necesariamente se deberían verificar bajas sucesivas del nivel de esa variable a las generaciones actuales de forma de llegar al 60% en forma paulatina.

2) Cambios en la edad de retiro

Para evaluar efectivamente aumentos en la edad de retiro, es preciso que se realicen nuevas proyecciones demográficas del sistema que contemplen esos cambios. De esta forma se dispondría de información sobre la nueva evolución del número de altas prevista en todo el horizonte de análisis.

Con esa información y aplicando las fórmulas asociadas a la ecuación de equilibrio del sistema en el largo plazo, se pueden evaluar las nuevas tasas de contribución y/o de reemplazo que resultarían de aplicar similar metodología a las seguida para el punto anterior.

LA ECUACION DE EQUILIBRIO INDIVIDUAL PARA MIEMBROS DE LA PROXIMA COHORTE

Consideremos como próxima cohorte aquella que inicia su de actividad en T=0. En tal caso su evolución podrá ser planteada como sigue:

$$\{ l_{ei}^{(0)}; l_{ei+1}^{(0)}; l_{ei+2}^{(0)}; \ldots\ldots\ldots; l_{ei+h}^{(0)}; \ldots\ldots\ldots l_{ef}^{(0)} \}$$

Con $\mathbf{l_{ei}^{(0)} = l_{ei}}$ ya que todas las cohortes consideradas en este análisis se inician con un nivel igual a "l_{ei}".

Siguiendo un análisis sobre el equilibrio individual[10], es posible plantear la ecuación de equilibrio a través de la igualdad entre los valores actualizados de las cotizaciones y de las jubilaciones esperadas en relación a un miembro típico de esa cohorte. En el referido análisis se suponía invariabilidad de las tasas de mortalidad, no obstante puede ser extendido a este caso teniendo en cuanta el especial tipo de evolución de la cohorte planteado anteriormente.

La particularidad de este caso es la forma de cálculo de las edades centrales respecto a la de cotización **ECC(0)**, es que se cumple la siguiente relación para el **valor actual de las cotizaciones al instante T=0**:

$$\mathbf{VAC^{(0)} = \left[\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} Sj * l^{(0)}_j \; / \; l^{(0)}_{ei} \right] * TC * (1+i)^{(ei-ECC(0))}} \qquad \mathbf{[16]}$$

Donde "**TC"** es la tasa de contribución de equilibrio e **"i"** la tasa de interés técnico asociada a la cohorte en el equilibrio financiero.

El **valor actual de las jubilaciones** se puede plantear como:

$$\mathbf{VAJ^{(0)} = \left[\sum_{j=e_r}^{j=e_f} SBJ*TR * l^{(0)}_j \; / \; l^{(0)}_{ei} \right] * (1+i)^{(ei-ECJ(0))}} \qquad \mathbf{[17]}$$

Podemos, siguiendo la metodología establecida en el análisis referenciado, expresar la ecuación de equivalencia de los valores actuales de la siguiente forma:

$$\mathbf{TMC^{(0)} * SMC*TC*(1+i)^{(ei-ECC(0))} = TMJ^{(0)}*SBJ*TR*(1+i)^{(ei-ECJ(0))}} \qquad \mathbf{[18]}$$

Los superíndices "**0"** indican que los cálculos en este caso se realizan en base a los **"$l^{(0)}_j$"** de la cohorte que inicia su actividad en el instante **T=0**.

El primer miembro de la ecuación representa el valor actualizado de las contribuciones individuales y el segundo el de la prestaciones.

En cuanto la notación utilizada podemos establecer que $\mathbf{TMC^{(0)}}$ y $\mathbf{TMJ^{(0)}}$ representan los tiempos medios de cotizaciones y jubilaciones cuando en el análisis se incluyen la evolución de una cohorte sujeta a tasas de mortalidad dinámicas , **SMC** y **SBJ** los sueldos medios de cotización y básico jubilatorio; **TC** y **TR** las tasas de contribución y de reemplazo; **ECC(0)** y **ECJ(0)** las edades centrales de cotización y jubilación respectivamente.

Supongamos ahora, que cada miembro de esta cohorte, se integra a un régimen que tendrán que aportar por una tasa de contribución a la tasa del régimen de

[10] Luis Camacho. "Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida" Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 (abril-junio 2005)

reparto (**TCR)** cuyo nivel viene determinado por la expresión **[14],** por lo que es válida la siguiente igualdad **TC=TCR**. Si además asumimos que la tasa de reemplazo es igual a la del sistema de reparto, la variable de ajuste de la ecuación **[19]** será ahora la tasa de interés "i",en lugar de **TC**, la que a su vez incidirá en el valor de $\mathbf{ECC^{(0)}}$ **y** $\mathbf{ECJ^{(0)}}$**.**

En otros términos, al tener definidos TC=TCR , TR y SBJ, la única variable que resta por hallar para llegar al equilibrio financiero entre los valores actuales de ingresos y egresos es la tasa de interés técnico asociada $\mathbf{(i^{(0)})}$.

Para hallar ese valor, podemos plantear la igualdad **[19]** replanteándola bajo la siguiente forma:

$$(1+i^{(0)})^{-ECJ(0)+ECC(0)} = \frac{TMJ^{(0)} * SBJ * TR}{TMC^{(0)} * SMC * TCR} \qquad [19]$$

Por lo tanto, basta con aplicar la fórmula anterior para hallar la tasa de interés técnico que en este caso equivale a la tasa de rentabilidad esperada que los miembros de la primer cohorte obtendrían del régimen de reparto con TCR, TR y SBJ predefinidos.

Adicionalmente es conveniente tener en cuenta que en el análisis referenciado sobre los sistemas de reparto[11], demostraba que ante la invariabilidad de las tasas de mortalidad en el tiempo, se cumple la propiedad de que son similares[12] $\mathbf{i^{(0)}}$ e $\mathbf{i_R}$, por lo cual, la tasa de interés técnico asociada al sistema de reparto, también sería equivalente a la tasa de interés técnico asociado a un cotizante que inicia su actividad en T=0.

Con la inclusión de tasas de mortalidad dinámicas, esa propiedad puede no cumplirse en especial porque no coinciden las probabilidades de sobrevivencia consideradas en la ecuación de equilibrio del sistema de reparto con de la cohorte inicial. A continuación planteamos un ejemplo donde se puede apreciar claramente esta diferencia.

Ejemplo:

Sigamos con el caso que estamos considerando, por lo cual las probabilidades sobrevivencia para esta cohorte inicial lo encontramos en la diagonal inferior del Cuadro 1.

Teniendo en cuenta la relación planteada en [19], podemos calcular, mediante un proceso de iteraciones sucesivas, el nivel específico para este caso de la tasa de interés. Se presenta a continuación el resultado final de ese proceso:

[11] Luis Camacho: "Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto". Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10.

[12] No se cumple exactamente la igualdad entre las tasas de interés técnico entre la generación inicial y la de reparto a consecuencia de que la tasa de crecimiento del número de altas en el horizonte de análisis puede ser variable. Además la tasa del sistema de reparto no se calcula sobre todo ese horizonte, sino en el período de recuperación de amplitud. ECJ-ECC. No obstante, las diferencias entre ambas tasas son de poca significación.

Para altas en T=0

$$(1.05035)^{(-3.911+7.705)} = \frac{1.792 * 10.000 * 0.6}{4.849 * 10.000 * 0.1841}$$

Por lo tanto, para un miembro de la cohorte inicial las condiciones impuestas en cuanto a una tasa de contribución del 18.41% y una tasa de reemplazo del 60%, implicará una tasa de interés técnico (rentabilidad) del 5.03% en la década, que equivale al 0.49% anual. Si lo comparamos con la tasa de interés técnico del sistema de reparto del ejemplo, del 0.53% vemos que existe una diferencia de poca significación.

Calcularemos seguidamente, la tasa de interés técnico asociada a la generación siguiente. Para ello utilizamos a las probabilidades de sobrevivencia que figuran en la diagonal asociada a quienes inician su actividad en T=1. En este caso se cumple la siguiente equivalencia para la relación planteada en [19]:

Para altas en T=1

$$(1.0533)^{(-3.914+7.705)} = \frac{1.812 * 10.000 * 0.6}{4.875 * 10.000 * 0.1841}$$

Para este nueva generación la tasa de interés técnico decenal será del 5.33% que equivale al 0.52% anual. En consecuencia las dos generaciones sucesivas tienen tasas de interés diferentes y creciente para la generación posterior. Se puede demostrar que esta propiedad se cumple para las siguientes generaciones, por lo que a la larga, las tasas de interés aumentan.

La propiedad que surge del análisis anterior, es que ante la fijación de una tasa de aporte y de reemplazo para todas las generaciones futuras, cada una de ellas podrá tener asociadas tasas de interés (rentabilidad) técnico de equilibrio diferentes. Ello implica que bajo el supuesto de dinamismo de la tasas de mortalidad, se verificarán claras redistribuciones intergeneracionales.

Si diferenciamos a las tasas de rentabilidad asociadas a cada una de las generaciones por el superíndice que indica el año de inicio de la actividad, podemos afirmar que se cumpliría la siguiente relación:

$$\mathbf{i^{(0)} <= i^{(1)} <=; i^{(2)} <= \ldots\ldots\ldots\ldots <= i^{(ef-ei)}}$$

Esta propiedad se explica a consecuencia de que al suponerse mejoras permanentes en las tasas de mortalidad, las diferentes generaciones, para obtener una tasa de reemplazo fija necesariamente deberían tener asociadas tasas de contribución también crecientes. Como estamos suponiendo que para todas las generaciones las tasas de contribuciones se mantienen constantes, la variable de ajuste es la tasa de rentabilidad que, por las mejoras en la mortalidad, deberá ser mayor con el transcurso del tiempo.

AJUSTES PARAMETRICOS DINAMICOS

El resultado más significativo del análisis anterior es el que indica que una reforma paramétrica con tasas de contribución y de reemplazo únicas y constantes en el tiempo, implicará necesariamente que las diversas generaciones intervinientes tengan asociadas tasas de rentabilidad implícitas crecientes, que a su vez difieren de las tasas de interés técnico del sistema de reparto de largo plazo.

Dado que suponemos que las movilidades salariales y los sueldos básicos jubilatorios son iguales para todas las generaciones, las diferencias vienen dadas por los cambios permanentes que se consideran en las probabilidades de sobrevivencia, consecuencia directa del supuesto básico de mejoras en las tasas de mortalidad .
La idea del tipo de reforma que se plantea es que las tasas de contribuciones y de reemplazo también sean variables en el tiempo y por edad de forma que compensar a tales variaciones de las probabilidades. La fijación de estas tasas tiene por objeto que las tasas de rentabilidad de todas las generaciones futuras sean iguales. De esta forma, las tasas de interés técnicos asociadas al sistema de reparto también tendrán idéntico nivel.

¿Cómo se logra ese objetivo? Partiendo del equilibrio financiero para la generación inicial, donde están fijadas las tasas de contribución (**TCR)**, de reemplazo (**TR)** y de interés técnico ($\mathbf{i^{(0)}}$), planteamos expresiones variables para las tasas de contribución y de reemplazo futuras de forma que se cumpla $\mathbf{i^{(0)}= i^{(1)}= i^{(2)}= i^{(3)}=... =i^{(ef-ei)}}$. Se puede demostrar que esta propiedad se cumple ante los siguientes casos:

i) La tasa de contribución por edad para una generación que inicia su actividad en el año "t" a la edad "j" será igual a:

$$\mathbf{TC_j^{(t)} = [\, l_j^{(0)} / l_j^{(t)} \,] * TC \quad (ei<=j<=er-1)} \qquad \textbf{[20]}$$

ii) La tasa de reemplazo por edad para una generación que inicia su actividad en el año "t" a la edad "j" se corresponde con:

$$\mathbf{TR_j^{(t)} = [\, l_j^{(0)} / l_j^{(t)} \,] * TR \quad (er<=j)} \qquad \textbf{[21]}$$

A continuación demostramos la invariabilidad de la tasa de interés técnico (rentabilidad) para los distintos casos posibles:

1) **para las diversas generaciones.** Para ello consideremos una generación genérica que inicia su actividad en el instante "t".

Adaptando las expresiones **[16] y [17]** para este caso podemos plantear el valor actual de las cotizaciones y jubilaciones asociadas esta cohorte de la siguiente forma:

$$\mathbf{VAC^{(t)} = \left[\sum_{j=e_i}^{j=e_{r-1}} Sj * \frac{lj^{(t)}}{lei} * TCj^{(t)} \right] * (1+i)^{(ei-ECC)}} \qquad \textbf{[22]}$$

$$\mathbf{VAJ^{(t)} = \left[\sum_{j=e_r}^{j=e_f} SBJ*TR\, j^{(t)} * \frac{lj^{(t)}}{lei} \right] * (1+i)^{(ei-ECJ)}} \qquad \textbf{[23]}$$

Si sustituimos $\mathbf{TCj^{(t)}}$ **y** $\mathbf{TRj^{(t)}}$ por los miembros de la derecha de **[20]** y **[21]**, los valores actuales anteriores, la expresiones resultantes son idénticas a las correspondientes a la generación inicial por lo que la ecuación de equilibrio financiero quedaría planteada como:

$$\begin{aligned} VAC^{(t)} &= VAC^{(0)} \\ VAJ^{(t)} &= VAJ^{(0)} \end{aligned}$$

Por lo tanto, los valores se corresponden exactamente con los de la primer generación, por lo que en el equilibrio financiero, las tasas de interés técnico son también iguales por lo que se cumple: $i^{(t)}= i^{(0)}$.

2) **para el sistema de reparto.** Planteamos a continuación las expresiones generales para las cotizaciones y jubilaciones para el año ef-ei, en base a los resultados **[1], [3] y [4].**

$$\text{Cotizaciones} = SMC^{(D)} * \sum_{j=e_i}^{j=er-1} \left[A_j^{(ef-j)} * \frac{l_j^{(ef-j)}}{l_{ei}} * TCR_j^{(ef-j)}\right]$$

$$\text{Jubilaciones}=SBJ * \sum_{j=e_r}^{j=e_f} \left[A_j^{(ef-j)} * \frac{l_j^{(ef-j)}}{l_{ei}} * TR_j^{(ef-j)}\right]$$

Si sustituimos **TCR $j^{(t)}$** y **TR $j^{(t)}$** por los miembros de la derecha de **[20] y [21]**, las probabilidades de sobrevivencia que figuran al trabajar con **TCR** y **TR** constantes son los de la primer generación. Por lo tanto, si seguimos el razonamiento realizado en páginas anteriores respecto al sistema de reparto, la ecuación de equilibrio financiero para el año que comienza en "ef-ei" será igual a:

$$TCR = \frac{TMJ^{(0)}}{TMC(0)} * \frac{SBJ\ .TR}{SMC(0)} * (1+ i_R)^{ECC-ECJ}$$

Como se puede apreciar todos los valores se corresponden exactamente con los de la ecuación de equilibrio de la primer generación, por lo que en el equilibrio financiero, las tasas de interés técnico del sistema de reparto coincide con el de esa cohorte: $i_R = i^{(0)}$.

Ejemplo:

Seguimos considerando el caso planteado anteriormente, en el cual las probabilidades de sobrevivencia figuran en el cuadro 1.

La ecuación de equilibrio individual para las diversas generaciones, tiene como valores más significativos: TC= 18.41% y TR= 60%.

En consecuencia, por las relaciones [21] y [22] se cumple que:

$$TCj^{(t)} = [\, lj^{(0)} / lj^{(t)} \,] * 0.1841 \qquad j<7$$

$$TRj^{(t)} = [\, lj^{(0)} / lj^{(t)} \,] * 0.6 \qquad j>=7$$

A partir de los valores del Cuadro 1, podemos plantear un nuevo cuadro en el que figuran los coeficientes que multiplican a las tasas básicas de contribución y de reemplazo en el término de la derecha de la expresión anterior.

CUADRO 4
COEFICIENTES APLICABLES A LAS TASAS FIJAS

EDAD J	Instante T: 0	1	2	3	4	5	6	7
2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3		1.0000	0.9972	0.9953	0.9940	0.9937	0.9933	0.9930
4			1.0000	0.9952	0.9917	0.9899	0.9896	0.9892
5				1.0000	0.9916	0.9872	0.9855	0.9851
6					1.0000	0.9890	0.9846	0.9829
7						1.0000	0.9890	0.9846
8							1.0000	0.9890
9								1.0000

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

Por lo tanto, se puede obtener para cada unidad de tiempo y edad la tasa de cotización ó la de reemplazo efectivas, a partir del producto de los coeficientes que figuran en el cuadro por las tasas de cotización ó de reemplazo básicas. Así por ejemplo, para el último período, tales resultados serían los siguientes.

CUADRO 5
TASAS APLICABLES PARA T ENTRE 7 Y 8

EDAD J	coef.	tasa basica	tasa variable
2	1.0000	0.1841	**0.1841**
3	0.9930	0.1841	**0.1828**
4	0.9892	0.1841	**0.1821**
5	0.9851	0.1841	**0.1813**
6	0.9829	0.1841	**0.1809**
7	0.9846	0.6	**0.5908**
8	0.9890	0.6	**0.5934**
9	1.0000	0.6	**0.6000**

Como se ha establecido, para las edades inferiores a 7, en la última columna figuran las tasas de contribución y para las restantes edades las tasas de reemplazo efectivas.

Se puede apreciar los niveles de las tasas de contribución y de reemplazo, para el último período de análisis que se inicia con T=7, excepto para las edades iniciales y finales, las tasas tienen niveles inferiores a las de la generación inicial.

Adicionalmente, si tenemos en cuenta que en las expresiones [22] y [23] figuran respectivamente los productos $(Ij^{(t)}/ I_{ei})* TCj^{(t)}$ y $(Ij^{(t)}/ I_{ei})* TRj^{(t)}$ y por [20] y [21] las fórmulas para $TCj^{(t)}$ y $TRj^{(t)}$ se cumple que el resultado final de esos productos es igual a:

$$(Ij^{(0)}/ I_{ei})* TC \quad y \quad (Ij^{(0)}/ I_{ei})* TR$$

Por lo tanto, desde el punto de vista financiero el equilibrio financiero individual para un miembro de cualquier generación se obtiene también considerando tanto tasas únicas de contribución y de reemplazo iguales a las básicas como probabilidades de sobrevivencia iguales a las de la primer generación.

En consecuencia, para analizar el equilibrio financiero, en lugar de trabajar con la información del Cuadro 1, se puede hacer considerando las probabilidades del siguiente cuadro:

CUADRO 6
PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA APLICABLES CON TASAS FIJAS

	Instante T							
EDAD J	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3		0.9910	0.9910	0.9910	0.9910	0.9910	0.9910	0.9910
4			0.9804	0.9804	0.9804	0.9804	0.9804	0.9804
5				0.9597	0.9597	0.9597	0.9597	0.9597
6					0.9177	0.9177	0.9177	0.9177
7						0.8254	0.8254	0.8254
8							0.6456	0.6456
9								0.3210

J Y T EXPRESADOS EN DÉCADAS

La particularidad de este cuadro es que las probabilidades que figuran en cada fila es constante, que las diagonales también son iguales y que las probabilidades de la última columna son iguales a la de cualquier diagonal.

Como la diagonal asociada a la generación inicial se mantiene igual a la del cuadro 1, se vuelve a verificar la siguiente igualdad en equilibrio financiero:

Para altas en T=0

$$(1.05035)^{(-3.911+7.705)} = \frac{1.792 * 10.000 * 0.6}{4.849 * 10.000 * 0.1841}$$

donde 5.035% es la tasa de interés técnico decenal asociada a esa generación, que equivale al 0.49% anual.

Para las restantes generaciones, en términos de la equivalencia implícita en el cuadro 6, las probabilidades de sobrevivencia se mantienen constantes, por lo que también se les puede asociar una ecuación de equilibrio idéntica. En consecuencia la tasa de interés técnico será también igual. Se cumple en consecuencia la igualdad buscada de las tasas de interés para las diversas generaciones: $i^{(0)} = i^{(1)} = i^{(2)} = i^{(3)} = \ldots = i^{(ef-ei)} = 0.05035$.

Adicionalmente, es posible calcular la tasa de interés técnico asociada al sistema de reparto considerando los resultados del cuadro 6. En este caso la tasa anual es igual al 0.51%. La pequeña diferencia existente entre el nivel de la tasa asociada al sistema de reparto de la correspondiente a las diversas generaciones se debe, como se ha dicho, a la particular evolución del número de altas consideradas en el horizonte de análisis.

Hemos planteado un tipo de reforma dinámica que implica cambios permanentes tanto en la tasa de aporte como en la de reemplazo como forma que compensar los crecimientos en las probabilidades de supervivencia los cuales también se suponen con cambios persistentes. Reconocemos que si bien teóricamente es la solución adecuada para una reforma paramétrica con cambios automáticos y permanentes, su aplicación práctica puede resultar compleja. No obstante, este planteo puede servir de guía para soluciones que si bien no impliquen ajustes de los parámetros básicos tan persistentes, permitan disminuir la magnitud de redistribuciones de ingresos entre generaciones sucesivas de participantes del sistema de reparto.

CONCLUSIONES

En el análisis precedente se proyecta para el largo plazo la ecuación de equilibrio financiero del sistema de reparto. Específicamente, a un año en el cual todos sus participantes serán integrantes de generaciones futuras. Por lo tanto no se consideran las particularidades financieras del sistema en el corto y mediano plazo.

Este tipo de análisis requiere de la existencia de un sistema de proyecciones demográficas de muy largo plazo, ya que de otra forma no se dispondría de información adecuada sobre la evolución futura de los cotizantes por año.

Se estimaron para ese año el nivel de las cotizaciones y jubilaciones resultantes, cuya igualdad en ese período permite alcanzar el equilibrio financiero. Para que esta ecuación tenga sentido, asumimos que el sistema se financia exclusivamente con contribuciones de los afiliados y con gastos de administración irrelevantes.

La ecuación clásica de equilibrio se reformula a través de una desagregación de los elementos de la relación demográfica, que permite estimar el nivel de la tasa de interés técnico asociada al régimen de reparto. Bajo tal enfoque se concluye que esa tasa sería equivalente a la tasa anual de crecimiento promedio de las altas de cotizantes de un período específico que denominamos de recuperación.

Por otra parte, los resultados obtenidos permitieron el planteo de una forma simple de cambios paramétricos del sistema, sin perder de vista el necesario equilibrio financiero global del régimen.

Consideramos que tales cambios pueden agrupase en dos categoría puras; por un lado los que implican variaciones en la tasa de contribución, la tasa de reemplazo y/o sueldo básico jubilatorio; por otro ajustes en la edad de retiro.

En el primer caso, la ecuación básica puede ser transformada de manera que se pueda identificar los diversos parámetros intervinientes y su incidencia en el equilibrio financiero. Por ello se pueden visualizar las múltiples alternativas de cambio tanto en las tasas de contribuciones como en las de reemplazo e incluso en el sueldo básico jubilatorio.

Para evaluar efectivamente aumentos en la edad de retiro, es preciso que previamente se realicen nuevas proyecciones demográficas del sistema. De esta forma se dispondría de información sobre la nueva evolución del número de altas prevista en todo el horizonte de análisis. Con esa información y aplicando las fórmulas asociadas a la ecuación de equilibrio del sistema en el largo plazo, se pueden evaluar las nuevas tasas de contribución y/o de reemplazo que resultarían en tal caso.

Un aspecto que tiene importancia práctica, es que si bien para este enfoque no se tiene en cuenta lo que ocurre en el presente ni el corto plazo, concomitantemente con la reforma de largo plazo para las generaciones futuras, es conveniente evaluar cambios en la transición de tal forma que se logre una cierta continuidad en la evolución del sistema.

Además, es interesante tener en cuenta que importa conocer cómo afectan estas reformas paramétricas a las diversas generaciones. En tal sentido, podemos afirmar que ante la fijación de una tasa de aporte y de reemplazo para varias generaciones futuras, cada una de ellas tendrán asociadas tasas de interés (rentabilidad) técnico de equilibrio diferentes. Ello implicará que bajo el supuesto de dinamismo de la tasas de mortalidad, la existencia de redistribuciones intergeneracionales no deseadas, especialmente de las próximas generaciones hacia las más lejanas en el tiempo.

Al suponer que las movilidades salariales y los sueldos básicos jubilatorios son iguales para todas las generaciones, las diferencias vienen dadas por los cambios permanentes que se consideran en las probabilidades de sobrevivencia, consecuencia directa del supuesto básico de mejoras en las tasas de mortalidad .

Con el objetivo de limitar este tipo de redistribución es que se plantea un tipo de reforma donde tanto las tasas de contribuciones y las de reemplazo son variables en el tiempo y por edad de manera de compensar los cambios de tales probabilidades. De esta forma, las tasas de interés técnico asociadas tanto a las diversas generaciones como al sistema de reparto también tendrán idéntico nivel.

El dinamismo de los cambios en los valores de los parámetros básicos implica la eliminación de la dicotomía de los sistemas puros de prestaciones definidas versus contribuciones definidas, ya que con la aplicación de este tipo de ajustes la variación se produce tanto en las contribuciones como en las prestaciones a un nivel que depende de los crecimientos de las probabilidades de sobrevivencia en el tiempo.

Por lo tanto, desde el punto de vista teórico, los cambios paramétricos dinámicos permiten mantener un nivel constante en las tasas de interés técnico asociadas a las diversas generaciones futuras. Sin embargo, su aplicación puede resultar compleja con el agravante de que los ajustes anuales que de ella se derivarían tendrían muy poca significación. No obstante, un planteo de este tipo puede ser útil para guiar en la búsqueda de soluciones no estáticas y graduales de forma que sea posible disminuir la magnitud de redistribuciones de ingresos entre las generaciones sucesivas de participantes del sistema de reparto.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Luis Camacho “Algoritmo para la apertura mensual de la tabla de Mortalidad” Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.7. Abril–Junio de 2005 .

- Luis Camacho. “Explicitación de las variables que intervienen en el equilibrio financiero individual de un sistema jubilatorio con prestación definida” Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 7 . Abril-Junio 2005.

- Luis Camacho: “Análisis de la tasa de rentabilidad implícita en el equilibrio financiero de un sistema de reparto”. Banco de Previsión Social. Comentarios de la Seguridad Social No 10. Enero-Marzo 2006

- Luis Camacho.”La incidencia de la fórmula de cálculo del Sueldo Medio Básico Jubilatorio en el equilibrio financiero individual”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 11 Abril-Junio 2006.

- Luis Camacho. “La tasa de interés técnico actuarial asociada a un sistema de capitalización completa con prima única”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.14 .Enero-Marzo 2007.

- Luis Camacho. “Un modelo heurístico para calcular de la tasa de interés técnico de corte asociada a un sistema de Capitalización Parcial”. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No.23 Abril-Junio 2009

- Luis Camacho.”Clasificación de los Sistemas de Financiación Colectiva según el Grado de Capitalización. Banco de Previsión Social. Comentarios de Seguridad Social No. 24. Julio-Setiembre de 2009.